

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 8 pages

Un extrait de la table de la loi normale est fourni en fin de sujet.

Les Annexes A et B sont à rendre avec la copie après avoir été numérotées

SUJET

Dans tout le sujet, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

EXERCICE 1 (8 points)

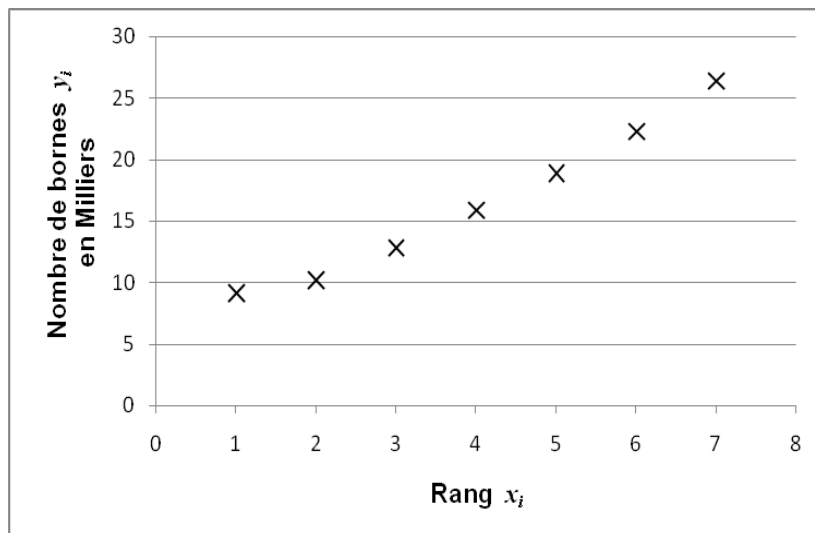
Zoé, une statisticienne, a effectué une enquête entre juin 2017 et juin 2020.

Elle souhaite modéliser l'évolution du nombre de bornes de recharge des voitures électriques mises à disposition du public en France. Le tableau ci-dessous présente ses résultats.

Date du relevé	Juin 2017	Décembre 2017	Juin 2018	Décembre 2018	Juin 2019	Décembre 2019	Juin 2020
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de bornes y_i (en milliers)	9,1	10,2	12,8	15,9	18,9	22,3	26,4

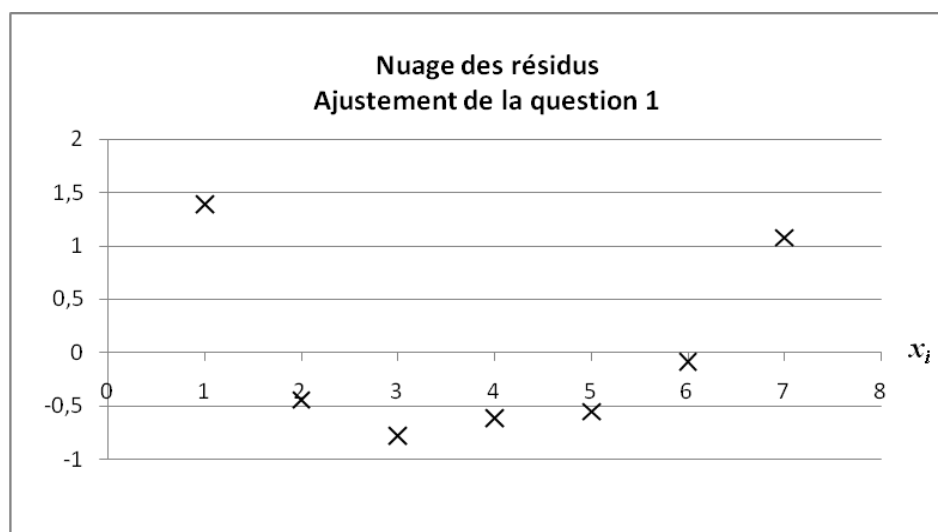
On désigne par X la variable statistique prenant pour valeur le rang des 7 relevés et Y la variable statistique prenant pour valeur le nombre de bornes mises à disposition du public ($\times 1000$).

Le nuage de points de la série statistique $(x_i; y_i)$ est donné ci-dessous dans un repère orthogonal du plan.



1.

- Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Y .
Ce coefficient est noté r_1 .
- En considérant le nuage de points et la valeur de r_1 , Zoé décide d'effectuer un ajustement affine entre les variables X et Y . Que pensez-vous de cette décision ? Justifier.
- Déterminer une équation de la droite d'ajustement de Y en X obtenue par la méthode des moindres carrés.
- Pour approfondir son analyse, Zoé construit le nuage des résidus associé à l'ajustement affine de la question précédente. Voici ce nuage :



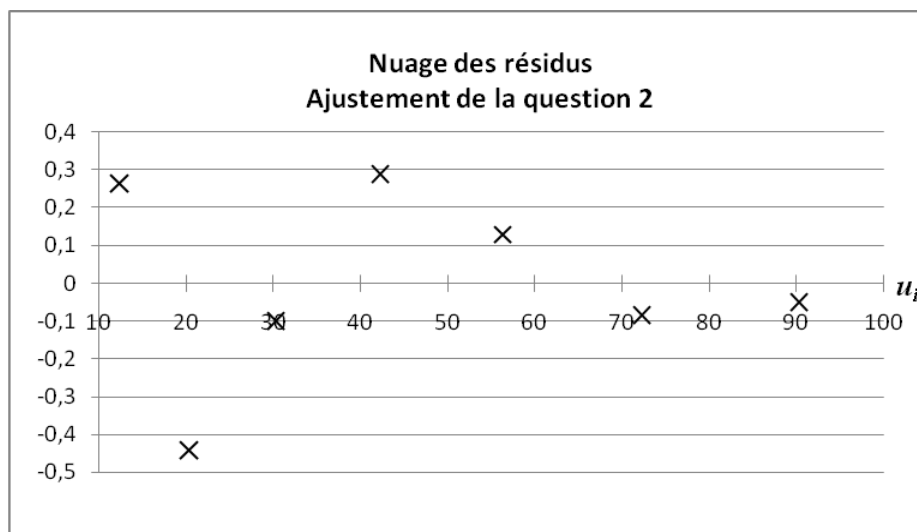
Au vu de ce nuage, Zoé décide d'effectuer un autre ajustement. Expliquer ce choix.

2. Pour cet autre ajustement, Zoé définit la variable statistique U par : $U = (X + 2,5)^2$.

- Compléter le tableau donné en **Annexe A (à rendre avec la copie après avoir été numérotée)**.
- On admet que l'équation $y = 0,226u + 6,072$ est une équation de la droite d'ajustement de Y en U par la méthode des moindres carrés.

Déterminer le coefficient de corrélation linéaire, noté r_2 , entre les variables U et Y .

3. Zoé construit le nuage des résidus associé au deuxième ajustement.



Au vu des informations des questions 2 et 3, est-il plus pertinent pour Zoé de choisir le deuxième ajustement ? Justifier.

4. Zoé choisit d'utiliser le deuxième ajustement.

- Justifier que l'équation : $y = 0,226x^2 + 1,13x + 7,485$ est une équation de la courbe d'ajustement entre les variables X et Y obtenue par le changement de variable de la question 2.
- On considère que cet ajustement est encore valable après juin 2020.
Calculer une estimation du nombre de bornes mises à disposition du public en juin 2022.
- Un cabinet spécialisé dans les prévisions d'équipements électriques estime qu'il y aura 50 000 bornes en juin 2022. Que pensez vous de cette affirmation au regard du modèle établi par Zoé ?

EXERCICE 2 (4 points)

Afin de contrôler le bon fonctionnement des bornes mises à disposition du public, Théo, un technicien de maintenance, identifie un échantillon de 150 bornes.

On admet que cet échantillon est issu d'un échantillonnage aléatoire simple et indépendant.

1. Parmi les 150 bornes prélevées, Théo dénombre 6 bornes défectueuses.

- a. Déterminer une estimation ponctuelle de la proportion p de bornes défectueuses dans l'ensemble des bornes mises à disposition du public.
- b. Déterminer une estimation de p par intervalle de confiance, au niveau de confiance 0,95.

2. On considère dans cette question que $p = 0,04$.

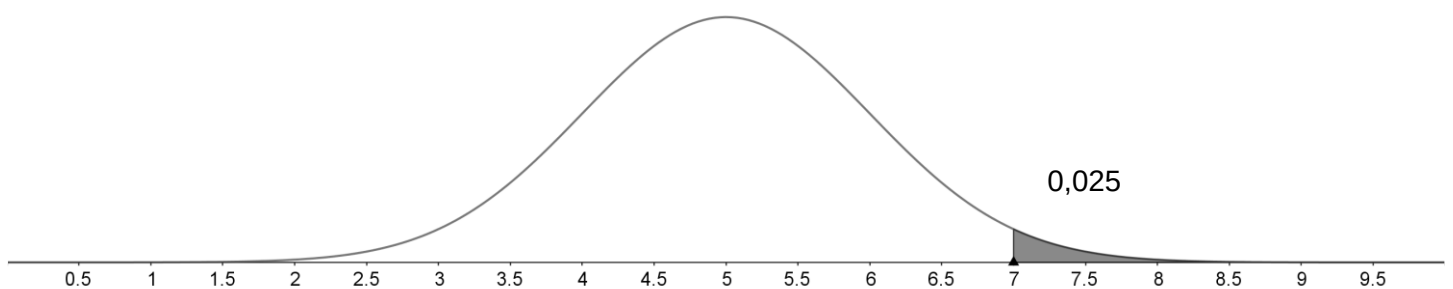
On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 150 bornes extrait comme décrit plus haut, associe le nombre de bornes défectueuses qu'il contient.

- a. Justifier que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n=150$ et $p=0,04$.
- b. Calculer la probabilité d'avoir au moins 8 bornes défectueuses parmi les 150 de l'échantillon.

EXERCICE 3 (6 points)

On considère que la durée de recharge (en heures) de la batterie vide d'une voiture électrique avec une borne de recharge est une variable aléatoire notée Y .

On admet que la loi de probabilité de la variable Y est une loi normale d'espérance mathématique μ et d'écart-type σ . La fonction densité de probabilité de la variable Y est représentée ci-dessous.



Les **parties A** et **B** peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

1. Par lecture graphique, déterminer en justifiant :

- a. La valeur de μ .
- b. La probabilité que la durée de recharge de la batterie soit comprise entre 3 et 7 heures.

2. Dédurre de la question précédente une valeur approchée de σ à l'unité. Justifier.

Toute trace de raisonnement sera prise en compte dans la notation.

Partie B

Dans cette partie, on prendra $\mu = 5$ et $\sigma = 1$.

1. Calculer la probabilité que la durée de recharge de la batterie vide avec la borne soit inférieure à 6h30.

2. Au bout de 5 ans, la durée de recharge de la batterie vide augmente de 10%.

On note Z la variable aléatoire définie par $Z = 1,1 Y$.

a. Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire Z .

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

b. Déterminer l'écart-type de la variable aléatoire Z .

c. En déduire la loi de probabilité de Z .

d. Calculer $P(Z < 6,5)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 4 (2 points)

Cet exercice est un QCM.

Une bonne réponse rapporte 0,5 point, l'absence de réponse ou une mauvaise réponse ne rapporte aucun point.

Trois fournisseurs (A, B et C) se partagent la maintenance des bornes de recharge des voitures électriques sur le territoire français.

Pour cette étude, le territoire a été découpé en 3 zones géographiques (zone 1, zone 2 et zone 3).

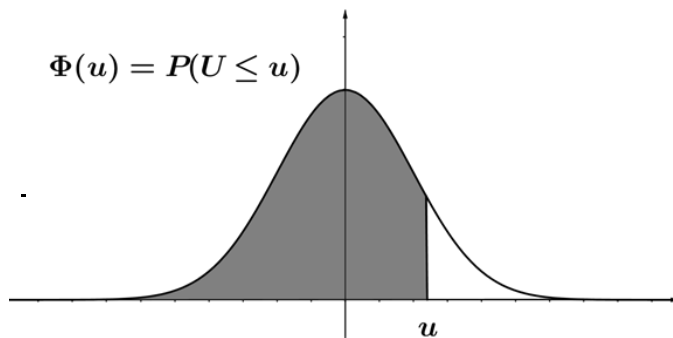
Le tableau ci-dessous donne les résultats d'une enquête statistique portant sur la répartition des trois fournisseurs sur les trois zones géographiques à partir d'un échantillon de 2 400 bornes réparties sur le territoire. (Cet échantillon peut être considéré comme issu d'un échantillonnage aléatoire simple et indépendant).

Fournisseur \ Zone géographique	Zone géographique		
	Zone 1	Zone 2	Zone 3
A	250	120	320
B	520	470	410
C	80	110	120

Le but de l'étude est de vérifier, à l'aide d'un test statistique, si la répartition des fournisseurs sur le territoire français est indépendante de la zone géographique.

Compléter l'**Annexe B** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée) en cochant la réponse exacte.

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

NOM :

EXAMEN :

(EN MAJUSCULES)

Prénoms :

Spécialité ou Option :

EPREUVE :

Date de naissance :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

ANNEXE A (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

EXERCICE 1

Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7
u_i	12,25	20,25					
y_i	9,1	10,2	12,8	15,9	18,9	22,3	26,4

NOM :

EXAMEN :

(EN MAJUSCULES)

Spécialité ou Option :

Prénoms :

EPREUVE :

Date de naissance :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

ANNEXE B (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

EXERCICE 4

Cet exercice est un QCM. Compléter en cochant la réponse exacte.

Une bonne réponse rapporte 0,5 point, l'absence de réponse ou une mauvaise réponse ne rapporte aucun point.

Question 1 : On appelle H_0 l'hypothèse nulle.

☐	H_0 : « les variables Fournisseur et Zone géographique sont indépendantes »
☐	H_0 : « les variables Fournisseur et Zone géographique sont dépendantes »
☐	H_0 : « le nombre de bornes par zone est identique pour tous les fournisseurs »
☐	H_0 : « le nombre de bornes par zone n'est pas identique pour tous les fournisseurs »

Question 2 : Sous H_0 , la variable aléatoire de décision suit une loi du χ^2 dont le nombre de degrés de liberté est :

☐ 2

☐ 4

☐ 6

☐ 9

Question 3 : On choisit un risque $\alpha = 0,05$

☐	La probabilité d'accepter H_0 alors que H_1 est vraie est 0,05
☐	La probabilité d'accepter H_1 alors que H_1 est vraie est 0,05
☐	La probabilité de rejeter H_0 alors que H_0 est vraie est 0,05
☐	La probabilité de rejeter H_1 alors que H_0 est vraie est 0,05

Question 4 : Après calculs, on obtient $\chi_{\text{observé}} \approx 94,96$ or on prend la valeur critique : $\chi_{\text{théorique}} \approx 9,49$.

☐	Au seuil de risque 0,05, la répartition des fournisseurs sur le territoire français n'est pas indépendante de la zone géographique
☐	Au seuil de risque 0,05, la répartition des fournisseurs sur le territoire français est indépendante de la zone géographique
☐	On ne peut pas conclure