

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE**TRAITEMENT DE DONNÉES****Toutes options***Durée : 180 minutes*Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 5 pages.

Des extraits des tables de la loi normale et du Khi2 sont fournis en fin de sujet.**SUJET**

Dans tout le sujet, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près et les échantillons sont assimilés à des échantillons aléatoires simples avec remise.

Le premier lait que le veau boit à la naissance est le colostrum, ce qui lui permet d'acquérir des anticorps. Il est caractérisé par une teneur importante en protéines, et particulièrement en immunoglobulines notamment les IgG.

Plus la teneur en IgG sera élevée, plus le colostrum sera de bonne qualité.

EXERCICE 1 (7 points)

La collecte du colostrum doit être la plus rapide possible après la mise bas afin de préserver sa qualité. Une étude a pour objectif de modéliser la concentration en IgG en fonction du délai entre la mise bas et la collecte.

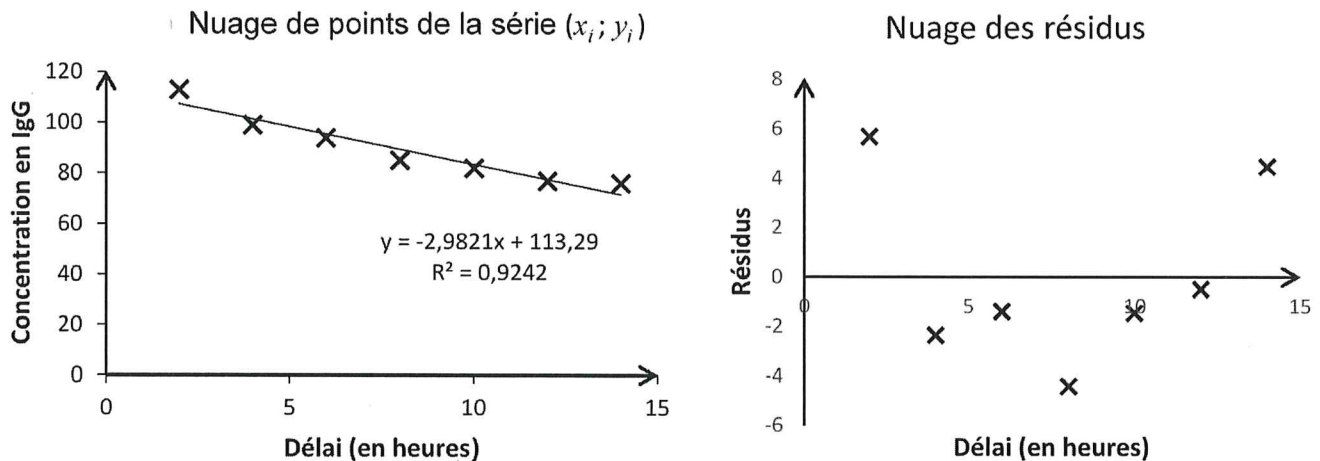
On désigne par X la variable statistique prenant pour valeur le délai entre la mise bas et la collecte (exprimé en heures) et Y la variable statistique prenant pour valeur la concentration en IgG (exprimée en g/L).

Le tableau ci-dessous présente ces résultats :

Délai (en heures) x_i	2	4	6	8	10	12	14
Concentration en IgG (en g/L) y_i	113	99	94	85	82	77	76

La réalisation d'un ajustement affine par la méthode des moindres carrés a permis d'obtenir les résultats suivants.

Le nuage de points de la série $(x_i; y_i)$ ainsi que la droite de régression et le nuage des résidus sont représentés ci-dessous :



1. À l'aide de l'analyse de ces graphiques, justifier que l'ajustement affine de la série $(x_i; y_i)$ n'est pas adapté.
2. On procède à un ajustement logarithmique.
Pour i variant de 1 à 7, on pose $z_i = \ln(x_i)$.
 - a. Donner le coefficient de détermination de la série $(z_i; y_i)$.
 - b. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de Y en Z .
 - c. Les résidus e_i de la régression sont définis par $e_i = y_i - \hat{y}_i$ où $\hat{y}_i$ est une estimation de y_i obtenue à l'aide de l'équation de la droite de régression de Y en Z .
Déterminer les résidus.
 - d. Discuter de la pertinence de cet ajustement.
 - e. En supposant que l'ajustement reste valable au-delà de 14 heures, déterminer, une estimation de la concentration en IgG du colostrum en le collectant 15 heures après la mise bas.

EXERCICE 2 (9 points)

La concentration du colostrum en IgG permet de définir sa qualité, classée en quatre catégories : mauvaise, moyenne, bonne, excellente. L'étude porte ici sur des vaches de races différentes pour lesquelles la qualité du colostrum est analysée. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci-après :

Qualité du colostrum \ Race de la vache	mauvaise	moyenne	bonne	excellente
Prim Holstein	281	177	254	180
Normande	51	7	23	14
Montbéliarde	138	56	63	66

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

À l'aide d'un test statistique, déterminer, au seuil de risque 0,05, si la qualité du colostrum d'une vache dépend de sa race.

Partie B

On souhaite estimer la proportion p de vaches de race Normande ayant un colostrum de mauvaise qualité.

On note F la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 95 vaches normandes, associe la proportion de vaches ayant un colostrum de mauvaise qualité.

1. À l'aide des données du tableau ci-dessus, déterminer une estimation ponctuelle de p .
2. Par quelle loi peut-on approcher la loi de probabilité de la variable aléatoire F ? Justifier la réponse.
3. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de p au niveau de confiance 0,95.

EXERCICE 3 (4 points)

Le colostrum, lorsqu'il est distribué au veau, contient des germes en plus ou moins grande quantité. « Selon une étude réalisée en Amérique du Nord, 51 % des prélèvements de colostrum présentent une contamination bactériologique due à une trop grande quantité de germes. »

On note X la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire simple de 50 prélèvements de colostrum, associe le nombre de prélèvements contaminés.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est VRAIE ou FAUSSE, en justifiant la réponse.

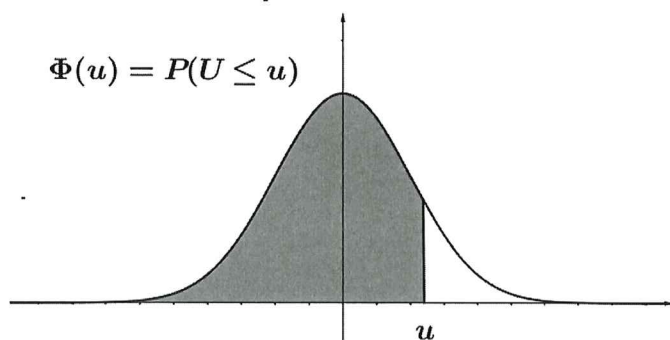
Affirmation 1 : La loi de probabilité de la variable aléatoire X est la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,255$.

Affirmation 2 : L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est $E(X) = 25,5$.

Affirmation 3 : On peut approcher la loi de la variable aléatoire X par une loi normale.

Affirmation 4 : Il est très probable d'avoir plus du quart des échantillons qui soient contaminés.

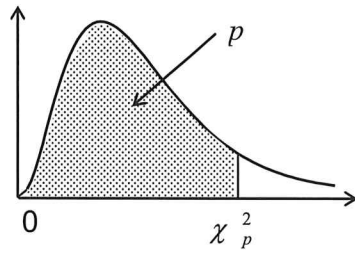
Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

Valeurs χ^2_p telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17