

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
ÉPREUVE E4
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 3 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Rappel : Au cours de l'épreuve, la calculatrice est autorisée pour réaliser des opérations de calcul, ou bien élaborer une programmation, à partir des données fournies par le sujet.

Tout autre usage est interdit.

Le sujet comporte **5** pages

EXERCICE 1 : **8 points**

EXERCICE 2 : **7 points**

EXERCICE 3 : **5 points**

SUJET

Une étude est menée sur les caractéristiques des œufs dans une entreprise avicole.

EXERCICE 1 (8 points)

Pour la commercialisation des œufs, on distingue 2 catégories :

- Ceux de catégorie A destinés à la consommation en frais.
- Ceux de catégorie B destinés à l'industrie agroalimentaire et non alimentaire.

Une étude statistique récente montre que la probabilité qu'un œuf soit de catégorie A est de 0,8.

On prélève un échantillon aléatoire simple de 70 œufs.

On désigne par X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre d'œufs de catégorie A dans un tel échantillon.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X . Justifier la réponse.
2. Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et en donner une interprétation concrète.
3. Calculer l'écart type de X .
4. Calculer la probabilité que sur les 70 œufs prélevés, exactement 56 soient de catégorie A.

5. Calculer $P(55 < X < 60)$.
6. Par quelle loi peut-on approcher la loi de X ? Justifier et préciser ses paramètres.
7. En utilisant cette approximation, calculer :
 - a. La probabilité qu'au moins 60 œufs de l'échantillon soient de catégorie A.
 - b. La probabilité que moins de 50 œufs de l'échantillon soient de catégorie A.

On rappelle que, si X est distribuée selon la loi $\mathcal{B}(n, p)$,

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \text{ où } \binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$$E(X) = np \quad V(X) = npq.$$

EXERCICE 2 (7 points)

Les œufs de catégorie A sont classés selon leur poids en 4 groupes :

- S : pour les petits œufs dont le poids est inférieur à 53 grammes.
- M : pour les œufs moyens d'un poids supérieur ou égal à 53 grammes et inférieur à 63 grammes.
- L : pour les gros œufs d'un poids supérieur ou égal à 63 grammes et inférieur à 73 grammes.
- XL : pour les très gros œufs d'un poids supérieur ou égal à 73 grammes.

On admet que la masse X d'un œuf, exprimée en grammes, est une variable aléatoire distribuée selon une loi normale de moyenne μ et d'écart type 7.

On prélève au hasard un œuf de la population.

1. Déterminer μ en sachant que 99 % des œufs ont un poids supérieur à 43,7 grammes.

On suppose, dans la suite de l'exercice, que $\mu = 60$.

2. Calculer la probabilité que l'œuf prélevé soit du groupe M.
3. On extrait de la population, de façon aléatoire simple, les échantillons de 30 œufs.

On désigne par $\bar{X}$ la variable aléatoire prenant pour valeur la masse moyenne des œufs dans un échantillon de taille 30.

- a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\bar{X}$ en précisant ses paramètres.
- b. Déterminer le nombre a tel que $P(\mu - a < \bar{X} < \mu + a) = 0,95$.

EXERCICE 3 (5 points)

En Europe, un code est obligatoirement inscrit sur la coquille des œufs.

Le premier chiffre désigne le mode d'élevage :

- 0 pour les œufs issus de l'agriculture biologique,
- 1 pour les œufs issus de poules élevées en plein air,
- 2 pour les œufs issus de poules élevées au sol,
- 3 pour les œufs issus de poules élevées en cage.

Une étude de satisfaction est réalisée afin de voir l'incidence du mode d'élevage des poules sur la qualité gustative des œufs. On distingue 2 qualités gustatives possibles : moyenne et extra.

Sur 120 personnes interrogées, les résultats sont les suivants :

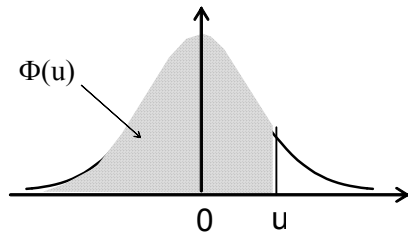
		Mode d'élevage des poules			
		0	1	2	3
Qualité gustative	moyenne	15	5	13	23
	extra	22	25	10	7

Peut-on considérer, au seuil de risque 0,05, que la qualité gustative des œufs dépend du mode d'élevage des poules ?

On effectuera un test du χ^2 .

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

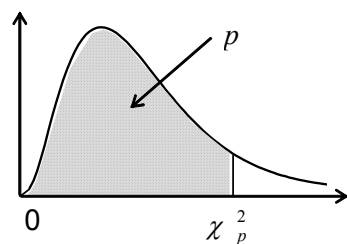
$$\Phi(u) = \text{Prob}(U \leq u)$$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

Valeurs χ^2_p telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17