

**BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES**

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 7 pages.

Des extraits des tables de la loi normale, du Khi2 et de la loi de Student sont fournies en fin de sujet.

SUJET

Dans tout le sujet, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près et les échantillons considérés sont assimilés à des échantillons aléatoires simples avec remise.

La France est le deuxième producteur de pommes de terre de consommation en Europe de l'Ouest. Une partie de cette production est destinée à la fabrication de produits transformés à base de pommes de terre comme les chips.

EXERCICE 1 (6 points)

Une étude a été réalisée sur l'évolution de la consommation de chips en France depuis 2010. Les quantités moyennes annuelles de chips achetées par les ménages sont présentées dans le tableau ci-dessous :

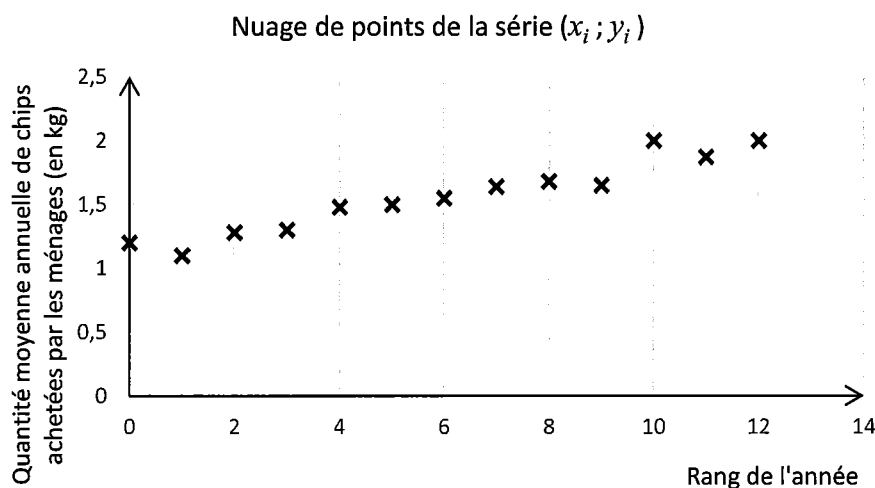
Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantité moyenne de chips achetées par ménage y_i (kg)	1,2	1,1	1,28	1,3	1,48	1,5	1,55	1,64	1,68	1,65	2	1,87	2

Source : France Agrimer

On note :

- X la variable statistique prenant pour valeur le rang de l'année,
- Y la variable statistique prenant pour valeur la quantité moyenne annuelle de chips achetées par ménage exprimée en kilogrammes.

Le graphique ci-dessous représente le nuage de points de la série $(x_i ; y_i)$:



1. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Y .
2. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.
3. Les résidus e_i de la régression, définis par $e_i = y_i - \hat{y}_i$ où $\hat{y}_i$ est une estimation de y_i obtenue à l'aide de l'équation de la droite de régression, sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Résidus e_i	0,075	-0,097	0,011	-0,041	0,066	0,014	-0,008	0,010	-0,022	-0,124	0,154	-0,048	0,010

Retrouver, par le calcul, la valeur du résidu de l'année 2013.

4. Discuter de la pertinence de l'ajustement affine en vous appuyant sur au moins deux critères différents.
5. En considérant que le modèle reste valable au cours du temps, déterminer une estimation de la quantité moyenne annuelle de chips achetées par les ménages en 2030.
6. D'après les prévisions de l'INSEE, en France en 2030, il devrait y avoir 31 579 milliers de ménages.

Sachant qu'il faut quatre kilogrammes de pommes de terre pour produire un kilogramme de chips, déterminer une estimation de la quantité de pommes de terre à produire en 2030 pour fournir en chips l'ensemble des ménages français.

EXERCICE 2 (4 points)

Pour obtenir des chips croustillantes et ayant une bonne conservation, les pommes de terre doivent avoir une teneur en matière sèche entre 20 % et 25 %. L'industrie agro-alimentaire préconise, quant à elle, une teneur en matière sèche d'au moins 21 %.

Un technicien procède au contrôle de la teneur en matière sèche d'une production de pommes de terre destinées à la fabrication de chips. Pour cela, il prélève neuf lots de dix kilogrammes de pommes de terre et mesure, pour chacun, la teneur en matière sèche à l'aide d'un féculomètre.

Voici les teneurs obtenues (exprimées en %) pour les neuf lots de l'échantillon :

22	20	24	26	25	20	21	23	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----

On admet que la variable aléatoire prenant pour valeur la teneur en matière sèche des pommes de terre, exprimée en %, est distribuée selon une loi normale.

1. Déterminer une estimation ponctuelle de la teneur moyenne en matière sèche de cette production de pommes de terre.
2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de la teneur moyenne en matière sèche de cette production de pommes de terre, au niveau de confiance 0,95.
3. Discuter de la validité de cette production de pommes de terre pour la fabrication de chips. Justifier votre réponse.

EXERCICE 3 (5 points)

Pour la fabrication de chips, les pommes de terre doivent être rondes et assez petites. Elles doivent donc avoir un calibre permettant de passer dans un gabarit de forme carrée de 60 mm de côté.

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Un technicien souhaite estimer la proportion p de pommes de terre d'une récolte dont le calibre est adapté à la fabrication de chips. Pour cela, il prélève un échantillon de pommes de terre.

Parmi les 150 prélevées, 125 passent dans le gabarit.

1. Déterminer une estimation ponctuelle de p .
2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de p , au niveau de confiance 0,95.

Partie B

Dans cette partie, on suppose $p = 0,85$.

On choisit de manière aléatoire et indépendante 100 pommes de terre de la production. Ce choix est assimilé à un tirage avec remise.

1. On note X la variable aléatoire qui, à tout échantillon de taille 100, associe le nombre de pommes de terre de calibre adapté à la fabrication de chips dans un tel échantillon.
 - a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - b. Calculer $p(X \leq 75)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. On note F la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire simple de taille 100, associe la proportion de pommes de terre de calibre adapté à la fabrication de chips.
 - a. Justifier que la loi de F peut être approchée par une loi normale dont on précisera les paramètres.
 - b. Déterminer la probabilité que plus de 80 % de pommes terre soient de calibre adapté à la fabrication de chips.

EXERCICE 4 (5 points)

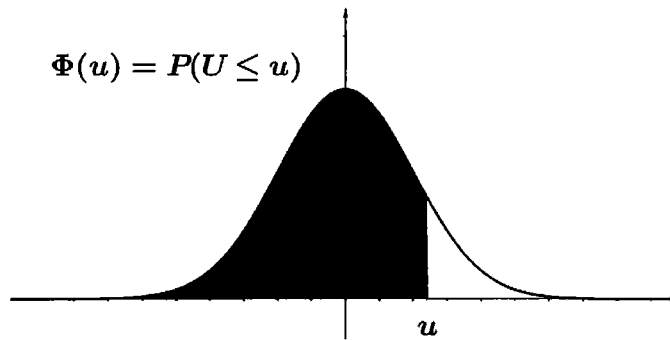
Depuis sa création en 1995, une célèbre marque bretonne a misé sur la chips aromatisée.

Afin de choisir de nouvelles saveurs, l'entreprise réalise une dégustation auprès d'un échantillon de 200 personnes. Les participants précisent leur saveur préférée. Voici les résultats obtenus en fonction de l'âge des participants :

Âge Saveur des chips	Moins de 15 ans	[15, 25[	[25, 40[	[40, 60[	60 ans et plus
Oignons	4	10	10	12	17
Poulet	15	9	10	15	6
Barbecue	17	12	9	5	4
Fromage	4	9	11	8	13

À l'aide d'un test statistique, déterminer, au seuil de risque 0,05, si la préférence de la saveur des chips dépend de l'âge.

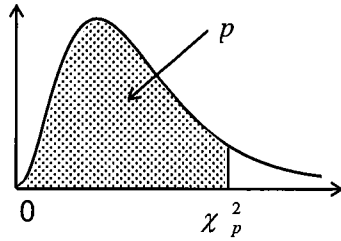
Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

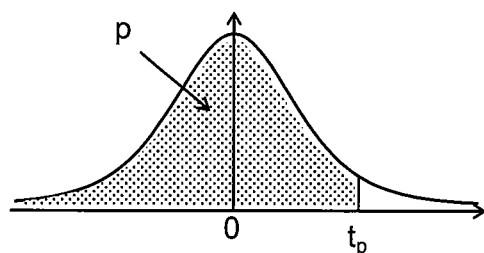
Valeurs χ^2_p telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de liberté.

Valeurs t_p telles que $\text{Prob}(T \leq t_p) = p$



$k \backslash p$	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,29	636,58
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
35	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
45	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
50	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
80	1,29	1,66	1,99	2,37	2,64	3,20	3,42
100	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	3,17	3,39
200	1,29	1,65	1,97	2,35	2,60	3,13	3,34
500	1,28	1,65	1,96	2,33	2,59	3,11	3,31
1000	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,10	3,30
10000	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29