

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 10 pages

Des extraits des tables de la loi normale, de Student et du Khi2 sont fournis en fin de sujet.

SUJET

Depuis plusieurs années, suite au dérèglement climatique, les températures augmentent, ce qui provoque chez les animaux des situations de stress thermique.

Afin d'évaluer ce stress thermique, un Index Température Humidité noté ITH est calculé à partir de la température ambiante et de l'humidité de l'air.

Plusieurs études ont été menées afin d'étudier l'impact de ce stress notamment sur la baisse de la consommation alimentaire, la réduction des productions et la diminution de la fertilité chez les animaux reproducteurs.

EXERCICE 1 (6 points)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

Dans les troupeaux de vaches laitières, on considère que les vaches subissent un stress thermique lorsque l'ITH est supérieur à 68 ce qui provoque une baisse de la production laitière journalière.

Afin de modéliser cette baisse, une expérimentation a été réalisée sur plusieurs troupeaux de vaches laitières.

La variable statistique X désigne l'Index Température Humidité (ITH).

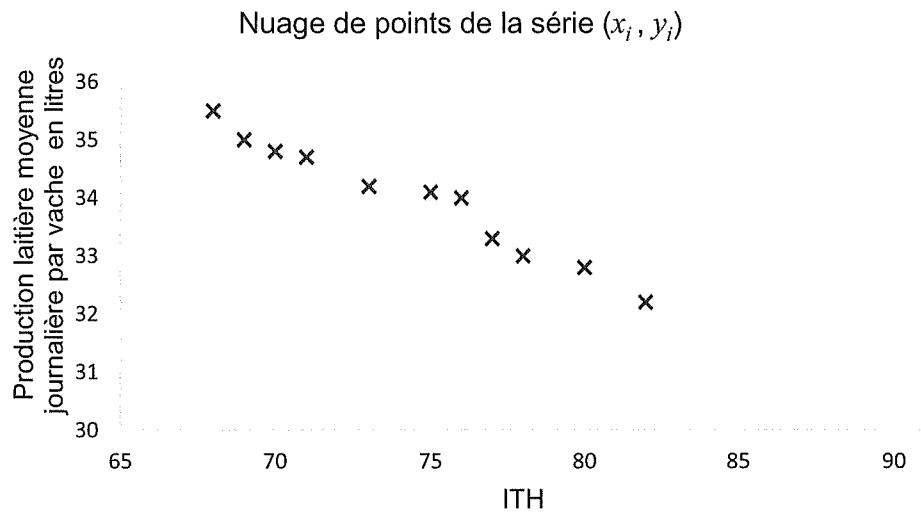
La variable statistique Y désigne la production laitière moyenne journalière par vache, exprimée en litres.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

ITH x_i	68	69	70	71	73	75	76	77	78	80	82
Production laitière moyenne journalière par vache y_i	35,5	35	34,8	34,7	34,2	34,1	34	33,3	33	32,8	32,2

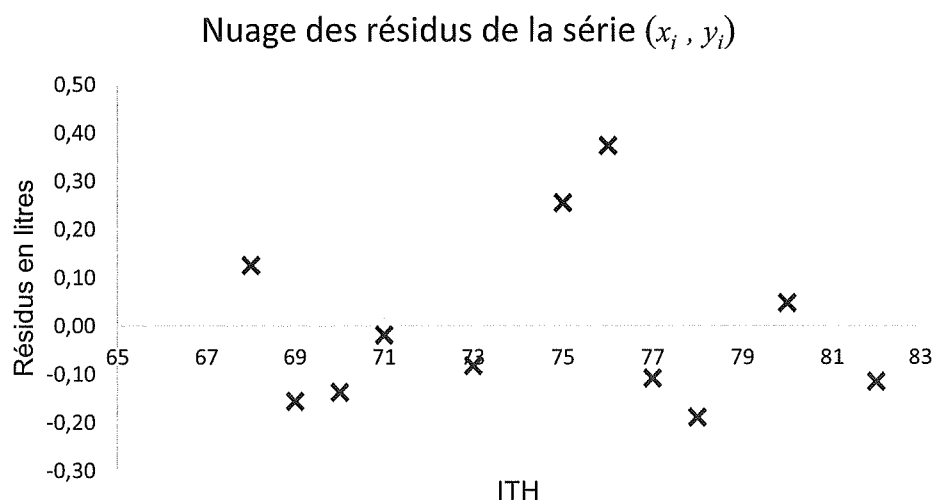
Source : BERNABUCCI et al, 2010

Le nuage de points de la série (x_i, y_i) est représenté dans le repère ci-dessous :



1. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Y .
2. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.
3. Les résidus e_i de la régression sont définis par $e_i = y_i - \hat{y}_i$ où $\hat{y}_i$ est une estimation de y_i obtenue à l'aide de l'équation de la droite de régression.

Le nuage des résidus e_i de la série (x_i, y_i) est représenté dans le repère ci-dessous :



Retrouver par le calcul la valeur du premier résidu correspondant à $x_1 = 68$.

4. En utilisant les résultats obtenus aux questions précédentes, discuter la validité de l'ajustement affine.

5. Lorsque l'ITH est supérieur à 90, le stress thermique de la vache est considéré comme sévère.

Estimer la production laitière moyenne journalière d'une vache dont l'ITH est égal à 90.

6. En déduire le pourcentage de baisse de la production laitière lorsque l'animal est en stress thermique sévère (ITH 90) par rapport à un animal sans stress thermique (ITH 68).

7. Pour un agriculteur, une baisse de production de lait de 10 % par rapport à un animal sans stress thermique (ITH 68) a des conséquences financières importantes.

Déterminer l'ITH correspondant à cette baisse.

Dans les exercices suivants, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-2} près.

EXERCICE 2 (5 points)

Dans le contexte actuel de réchauffement climatique et de dégradation de la fertilité des vaches laitières, une étude a été réalisée afin d'évaluer l'impact du stress thermique sur la production d'embryons de 195 génisses Prim'Holstein.

Les embryons récoltés sont classés selon leur qualité :

- Classe I : embryons de bonne ou d'excellente qualité.
- Classe II : embryons de qualité acceptable.
- Classe III : embryons de qualité médiocre.
- Classe IV : embryons non transférables (embryons morts ou dégénérés).

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

ITH \ Qualité des embryons	Très faible [35 ; 45[	Faible [45 ; 55[	Modéré [55 ; 65[	Fort [65 ; 75[
Classe I	59	127	148	84
Classes II et III	20	56	45	31
Classe IV	7	9	12	8

Peut-on considérer que l'ITH a une influence sur la qualité des embryons récoltés sur les génisses Prim'Holstein ? On effectuera un test au seuil de risque de 0,05.

EXERCICE 3 (3 points)

Le stress thermique provoque chez les poulets de chair une perte de masse. Afin de réduire cette perte, des alimentations supplémentées en énergie sont envisagées.

Une expérimentation a donc été réalisée dans une exploitation avicole pendant un été avec des températures élevées (période de stress thermique).

Depuis l'arrivée des poussins jusqu'au 24^{ième} jour, les poulets ont tous été élevés dans la même partie du bâtiment, alimentés et abreuvés à volonté.

C'est à partir du 25^{ième} jour que les poulets ont été répartis en deux lots homogènes :

- Lot T1 composé de 90 poulets avec un aliment classique ;
- Lot T2 composé de 90 poulets avec un aliment supplémenté en énergie.

À la fin de l'élevage, après abattage, on a relevé les masses des carcasses en fonction des lots.

Pour le lot T1, la masse moyenne des carcasses est de 1 835 grammes avec un écart type de 173 grammes.

Pour le lot T2, la masse moyenne des carcasses est de 1 906 grammes avec un écart type de 147 grammes.

1. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de la masse moyenne des carcasses avec une alimentation classique au niveau de confiance 0,95.
2. On admet qu'avec une alimentation supplémentée en énergie, l'intervalle de confiance à 95 % de la masse moyenne des carcasses est [1874,99 ; 1937,01].
Peut-on dire que l'alimentation supplémentée en énergie permet d'obtenir une masse moyenne des carcasses plus élevée pour les poulets de chair ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 (6 points)

Le stress thermique sur les poules pondeuses impacte la quantité d'œufs produits par jour.
Sans stress thermique, une poule pond un œuf par jour.

Partie A

On note p le taux de production d'œufs par jour de poules pondeuses en stress thermique.
Dans un élevage, on prélève un échantillon aléatoire simple de 60 poules pondeuses en stress thermique. Sur cet échantillon, exactement 34 poules ont pondu un œuf.

1. Déterminer une estimation ponctuelle de p .
2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de p au niveau de confiance 0,95.

Partie B

Dans cette partie, on suppose que dans un élevage la proportion de poules pondeuses en stress thermique ayant pondu un œuf est égale à 0,6.

X désigne la variable aléatoire, qui à chaque échantillon aléatoire simple de 60 poules pondeuses en stress thermique, associe le nombre de poules ayant pondu un œuf.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est VRAIE ou FAUSSE, en justifiant votre réponse.

Affirmation 1 :

La loi de probabilité de la variable aléatoire X est la loi binomiale de paramètres $n = 60$ et $p = 0,6$.

Affirmation 2 :

Il n'y a pratiquement aucune chance que les 60 poules de l'échantillon aient toutes pondu un œuf.

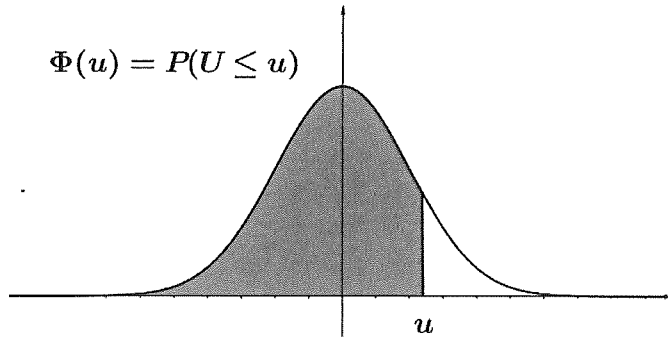
Affirmation 3 :

On peut approcher la loi de la variable aléatoire X par une loi normale.

Affirmation 4 :

Il est fort probable qu'au moins la moitié des poules de l'échantillon pondent un œuf.

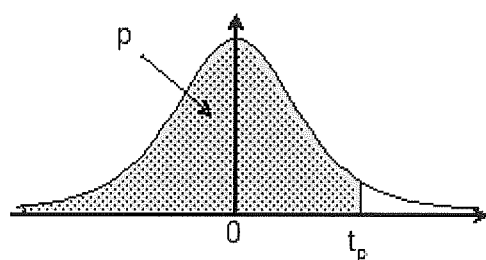
Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de

Valeurs de t_p telles que $Prob(T \leq t_p) = p$

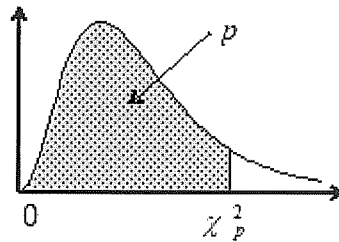


$k \backslash p$	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,31	636,62
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75

25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
...	...	...	...	...	...	...	...
35	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
45	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
50	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
80	1,29	1,66	1,99	2,37	2,64	3,20	3,42
100	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	3,17	3,39
200	1,29	1,65	1,97	2,35	2,60	3,13	3,34
500	1,28	1,65	1,96	2,33	2,59	3,11	3,31
1000	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,10	3,30
...	...	...	...	...	...	...	...
10000	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

Fonction de répartition d'une variable du Khi-2 à k degrés de liberté

Valeurs de χ_p^2 telles que $Prob(\chi^2 \leq \chi_p^2) = p$



$k \backslash p$	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00