



**MINISTÈRE
DE L'ÉCONOMIE,
DES FINANCES
ET DE LA SOUVERAINETÉ
INDUSTRIELLE ET NUMÉRIQUE**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Direction générale de la concurrence
de la consommation
et de la répression des fraudes

CONCOURS DE CONTROLEURS DE LA CONCURRENCE DE LA CONSOMMATION ET DE LA REPRESSION DES FRAUDES DES 6 ET 7 JUIN 2024

Concours externe à dominante scientifique et technologique

EPREUVE N°2

Réponses à des questions et/ou commentaires d'un ou plusieurs textes et/ou résolution de problèmes et/ou cas pratiques sur une des options choisies

OPTION : Mathématiques

(Durée : 3 heures ; Coefficient 2)

Le candidat indiquera clairement l'intitulé d'option sur la copie

L'UTILISATION DE LA CALCULATRICE EST AUTORISEE.

TOUTE REPONSE DEVRA ETRE JUSTIFEE.

LA QUALITE DE LA REDACTION ET LE SOIN FONT PARTIE DE LA NOTATION.

**IL EST RAPPELE QUE LES TELEPHONES PORTABLES DOIVENT RESTER ETEINTS
DURANT TOUTE L'EPREUVE**

Exercice 1 5 points

La population d'une ville A augmente chaque année de 2%.

La ville A avait 4 600 habitants en 2010.

La population d'une ville B augmente de 110 habitants par année.

La ville B avait 5 100 habitants en 2010.

Pour tout entier n , on note u_n le nombre d'habitants de la ville A et v_n le nombre d'habitants de la ville B l'année $2010+n$.

1. Calculer le nombre d'habitants de la ville A et le nombre d'habitants de la ville B en 2011.

2. Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n) ?

3. Donner l'expression de u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville A en 2020.

4. Donner l'expression de v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville B en 2020.

5.a) Écrire une inéquation qui permet de déterminer au bout de combien d'années la population de la ville A dépassera celle de la ville B.

b) Déterminer en quelle année cela se produira pour la première fois.

Exercice 2 5 points

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée.

Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct et dans tout ce qui suit z désigne un nombre complexe.

Affirmation 1 : L'équation $z - i = i(z + 1)$ a pour solution $\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}$.

.

Affirmation 2 : Pour tout réel x appartenant à $\left] -\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2} \right]$, le nombre complexe $1 + e^{2ix}$ admet pour forme exponentielle $2 \cos(x) e^{-ix}$.

Affirmation 3 :

Un point M d'affixe z tel que $|z - i| = |z + 1|$ appartient à la droite d'équation $y = -x$.

Affirmation 4 :

L'équation $z^5 + z - i + 1 = 0$ admet une solution réelle.

Affirmation 5

On considère le nombre complexe $c = \frac{1}{2}e^{\frac{i\pi}{3}}$. Le nombre c peut s'écrire $c = \frac{1}{4}(1 - i\sqrt{3})$.

Exercice 3 5 points

Une entreprise qui fabrique des aiguilles dispose de deux sites de production, le site A et le site B. Le site A produit les trois-quarts des aiguilles, le site B l'autre quart.

Certaines aiguilles peuvent présenter un défaut. Une étude de contrôle de qualité a révélé que :

- 2% des aiguilles du site A sont défectueuses;
- 4% des aiguilles du site B sont défectueuses.

Les aiguilles provenant des deux sites sont mélangées et vendues ensemble par lots.

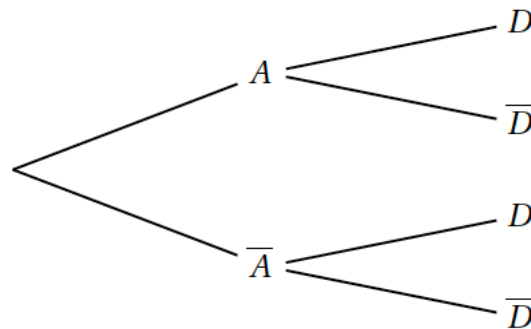
On choisit une aiguille au hasard dans un lot et on considère les événements suivants :

- A : l'aiguille provient du site A;
- B : l'aiguille provient du site B;
- D : l'aiguille présente un défaut.

L'événement contraire de D est noté $\bar{D}$.

1. D'après les données de l'énoncé, donner la valeur de la probabilité de l'événement A que l'on notera $P(A)$.

2. Recopier et compléter sur la copie l'arbre de probabilités ci-dessous en indiquant les probabilités sur les branches.



3. Quelle est la probabilité que l'aiguille ait un défaut et provienne du site A ?

4. Montrer que $P(D) = 0,025$.

5. Après inspection, l'aiguille choisie se révèle défectueuse.

Quelle est la probabilité qu'elle ait été produite sur le site A ?

Exercice 4 5 points

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 490.$$

1. Soit h' la fonction dérivée de h .

Exprimer $h'(x)$ en fonction de x .

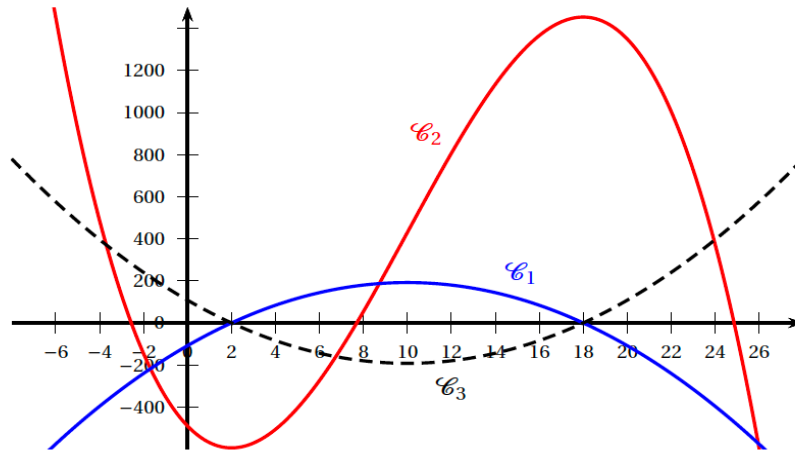
2. On note C la courbe représentative de h .

Soit (T) la tangente à C au point A d'abscisse 0. Déterminer son équation réduite.

3. Étudier le signe de $h'(x)$ puis donner les variations de la fonction h sur $[0; 26]$.

4. On note C' la courbe représentative de h' .

Identifier C et C' sur le graphique orthogonal ci-dessous parmi les trois courbes C_1 , C_2 et C_3 proposées.



5. Calculer l'aire comprise entre C_1 , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 18$.