

Épreuve de physique

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Les candidats sont invités à encadrer les réponses aux questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Les grandeurs complexes sont soulignées et on note j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

Le sujet est comporté de 4 parties indépendantes.

I Aide auditive

Le vieillissement est responsable d'une perte de sensibilité aux sons aigus (figure 1).

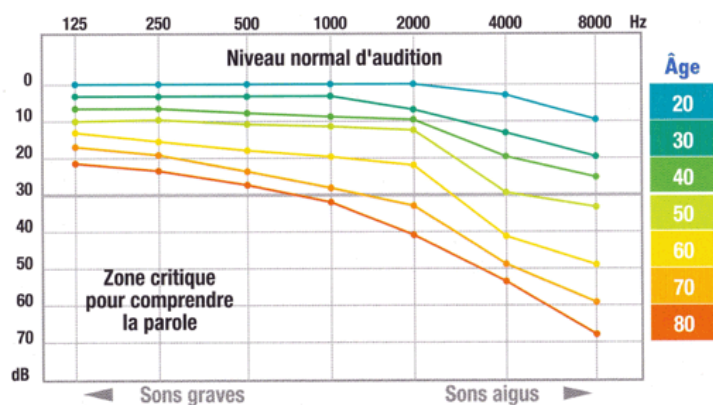


FIGURE 1

Pour corriger ce phénomène, on envisage de réaliser un système amplifiant les hautes fréquences par rapport aux basses fréquences.

On souhaite donc que

- à basse fréquence, $G \xrightarrow{f \rightarrow 0} G_{BF}$
- à haute fréquence, $G \xrightarrow{f \rightarrow \infty} G_{HF}$
- $G_{HF} > G_{BF} > 0$

On commence par considérer le cas d'un filtre CR représenté sur la figure 2.

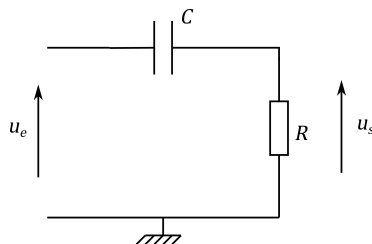


FIGURE 2

Q.1 Déterminer sans calcul la nature de ce filtre.

Q.2 Montrer que la fonction de transfert se met sous la forme

$$\underline{H} = \frac{jx}{1 + jx}$$

avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. On donnera l'expression de ω_0 .

Q.3 Montrer que ω_0 est la pulsation de coupure à -3 dB de ce filtre. Au vu de la figure 1, quel ordre de grandeur peut-on proposer pour ω_0 . On choisit $R = 1,0 \cdot 10^4 \Omega$. En déduire une valeur de C .

Q.4 Déterminer les asymptotes de la courbe de G_{dB} dans le diagramme de Bode. Tracer le diagramme de Bode en gain.

Q.5 Ce filtre est-il adapté à la réalisation d'une aide auditive ?

On décide d'utiliser la structure de la figure 3 avec $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$.

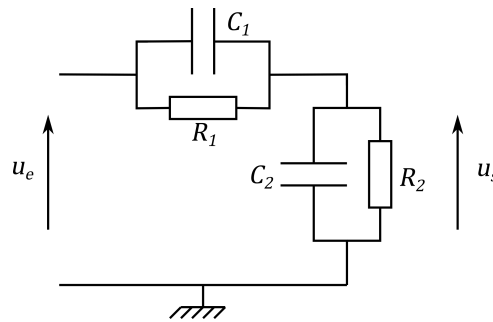


FIGURE 3

Q.6 Écrire la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \times \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}}$$

$$\text{où } H_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1} \text{ et } \omega_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 (C_1 + C_2)}.$$

La figure 4 donne le diagramme de Bode en gain de la structure étudiée.

Q.7 Justifier l'allure du diagramme à hautes et basses fréquences. Comment choisir ω_1 et ω_2 pour avoir $G_{HF} > G_{BF}$?

Q.8 Déterminer graphiquement les valeurs de ω_1 et ω_2 .

Q.9 En déduire les valeurs des composants R_1 , C_1 et C_2 .

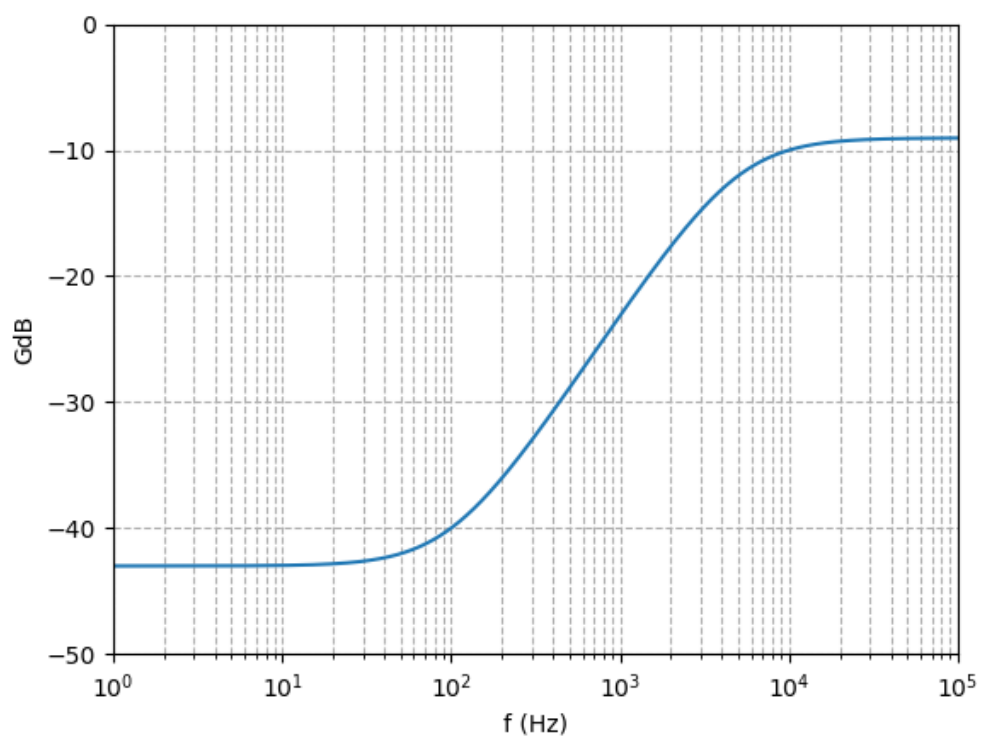


FIGURE 4

II Etude d'un microscope

L'indice de l'air est pris égal à 1 dans toute cette partie.

On modélise un microscope, figure 5, par un système de deux lentilles minces convergentes, celle de gauche constituant l'objectif (lentille L_1 de centre O_1 et de distance focale $f'_1 = 5$ mm), et celle de droite constituant l'oculaire (lentille L_2 de centre O_2 et de distance focale $f'_2 = 15$ mm).

On fixe $\overline{O_1O_2} = D = 120$ mm.

F_1 et F_2 sont les foyers objet des deux lentilles, F'_1 et F'_2 leurs foyers image.

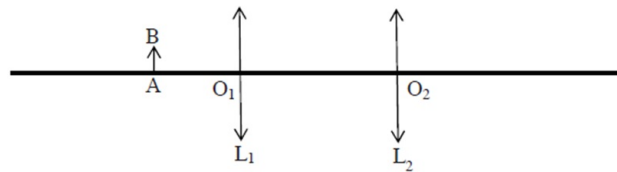


FIGURE 5

On rappelle la relation de conjugaison d'une lentille de centre O et de distance focale f' , ayant pour objet AB et pour image $A'B'$, ainsi que l'expression du grandissement γ :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

- Q.10** Rappeler les conditions de Gauss pour que soient valables les deux relations précédentes. On se placera dans les conditions de Gauss dans la suite.
- Q.11** On définit l'intervalle optique par la grandeur $\Delta = \overline{F'_1F_2}$. Exprimer Δ en fonction de f'_1 , f'_2 , D .
- Q.12** Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est placé à une distance d de L_1 , à sa gauche, de telle manière que l'image $A'B'$ de AB donnée par L_1 , appelée image intermédiaire, se trouve dans le plan focal objet de L_2 . L'œil de l'observateur est placé contre l'oculaire.
- Exprimer d en fonction de f'_1 et Δ puis effectuer l'application numérique.
 - Exprimer le grandissement γ_1 créé par l'objectif en fonction de f'_1 et Δ , puis effectuer l'application numérique.
 - Quel est l'intérêt pour l'observateur de placer l'objet AB à cet endroit ?
 - Faire un schéma faisant apparaître l'objet AB , l'image intermédiaire $A'B'$, ainsi que α' , angle sous lequel est observée l'image finale (image de $A'B'$ par L_2) par l'œil. On tracera deux rayons issus de B , l'un passant par O_1 et l'autre parallèle à l'axe avant L_1 .
- Q.13** Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|$ où α est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance $d_{min} = 250$ mm. Exprimer G en fonction de Δ , d_{min} , f'_1 et f'_2 , puis effectuer l'application numérique.
- Q.14** On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur e d'une lame de verre à faces parallèles, d'indice $n = 1,6$. On colle une pastille violette sur la face gauche de la lame et une pastille rouge sur sa face droite. On appelle V et R les intersections des faces de gauche et de droite de la lame avec l'axe.

On place l'ensemble {objectif + oculaire} (que l'on appelle lunette) de manière à faire la mise au point sur la pastille rouge, puis on déplace la lunette d'une distance h , de manière à faire la mise au point sur l'image de la pastille violette (figure 6). Ce déplacement se fait grâce à une vis micrométrique, que l'on a tournée de moins d'un tour.

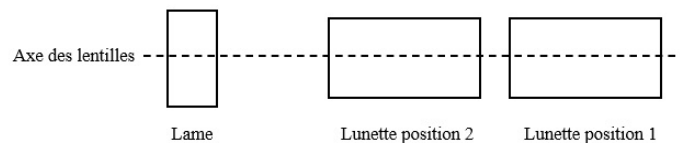


FIGURE 6

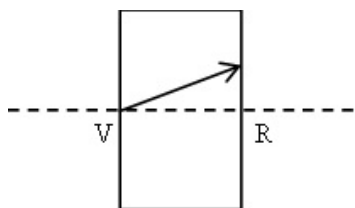
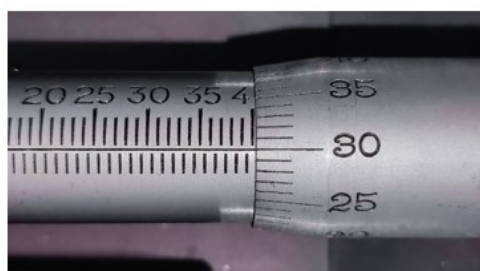
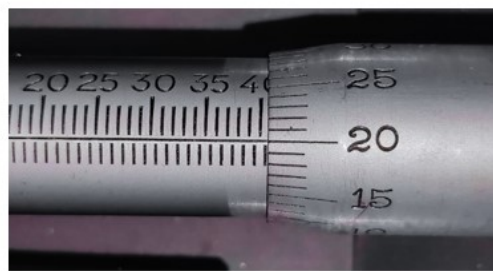


FIGURE 7

- (a) On considère, sur la figure 7, le rayon issu de V , qui se dirige vers la face de droite de la lame, où il subit une réfraction. Le rayon réfracté ou son prolongement coupe l'axe en un point appelé V' . Reproduire sur la copie le schéma de la figure 7, en indiquant la position de V' .
- (b) Quelle est la distance $V'R$, en fonction de n et de l'épaisseur e de la lame ?
La figure 8 montre la vis micrométrique lors des positions 1 et 2 .



Position 2



Position 1 : valeur lue = 40,70 mm

FIGURE 8 – Positions de la vis micrométrique : à gauche, la vis pour la position 2 ; à droite pour la position 1, la valeur lue est alors 40,70 mm

- (c) Déterminer la valeur mesurée de h en mm.
- (d) Déterminer numériquement e .

III Suspensions

On étudie les suspensions à ressort des voitures. Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre, supposé galiléen.

Tout au long du sujet, l'extrémité inférieure du ressort est reliée à une roue (supposée ponctuelle pour simplifier) qui reste en contact avec le sol, et l'extrémité supérieure est en contact avec le véhicule.

On pose $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ = accélération de la pesanteur

A une fonction $x(t) = X_m \cos(\omega \cdot t + \varphi)$, on associe $\underline{x}(t) = \underline{X}_m \exp(i\omega t)$ avec $\underline{X}_m = X_m \exp(i\varphi)$, où $\underline{X}_m$ représente l'amplitude complexe de $x(t)$.

Le véhicule à vide est assimilé à une masse $m = 1000 \text{ kg}$. La suspension est constituée d'un ressort de masse négligeable et de raideur $k = 1 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ et de longueur au repos l_0 .

On néglige pour l'instant tout amortissement. La position de la masse est repérée par sa coordonnée $z(t)$, l'axe Oz étant vertical ascendant (figure 9). Pour l'instant, la cote z_s du sol est située en $z_s = 0$.

A l'équilibre, en l'absence de mouvement vertical, la masse est repérée par sa position notée z_e , avec $z_e < l_0$.

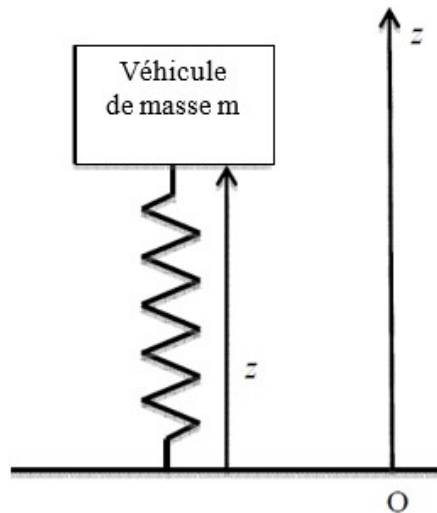


FIGURE 9

- Q.15** Quelles sont les forces auxquelles le véhicule est soumis ?
- Q.16** Exprimer z_e en fonction de m , g , k et l_0 .
- Q.17** Lorsque le véhicule est en mouvement, exprimer l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$. Faire apparaître la pulsation propre ω_0 , à exprimer en fonction de k et m .
- Q.18** Donner la forme de la solution de cette équation, sans chercher à déterminer les constantes d'intégration.
- Q.19** Un opérateur soulève un peu le véhicule jusqu'à une cote z_0 telle que $z_0 > z_e$ et le relâche sans vitesse initiale. Déterminer $z(t)$, en tenant compte de ces conditions initiales.

On suppose maintenant que la suspension comporte en plus un dispositif qui exerce sur le véhicule une force d'amortissement $\vec{f}$, d'expression $\vec{f} = -h\dot{z}\vec{u}_z$ où h est appelé coefficient de frottement fluide (figure 10).

- Q.20** Quelle est l'unité de h ?



FIGURE 10

Q.21 Déterminer la nouvelle équation différentielle vérifiée par $z(t)$ lorsque le véhicule est en mouvement, que l'on mettra sous forme caractéristique, en faisant apparaître la pulsation propre, et le facteur de qualité Q que l'on exprimera en fonction des paramètres du problème.

Q.22 Quelles sont les différentes formes de solutions possibles ?

Q.23 Embarquer des passagers (de masse totale M) peut-il changer la forme de la solution ?

Dorénavant, le véhicule se déplace horizontalement avec une vitesse constante notée v_1 sur un sol ondulé horizontalement : la cote du sol est $z_s(t) = z_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$, alors que celle du véhicule est toujours notée $z(t)$. De fait, la force de frottement fluide définie plus haut est à présent donnée par $\vec{f} = -h(\dot{z} - \dot{z}_s)\vec{u}_z$, et la longueur du ressort est donc $z - z_s$.

Q.24 Exprimer la force exercée par le ressort sur la masse, en fonction de k , z , z_s , l_0 et $\vec{u}_z$.

Q.25 Exprimer l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.

Q.26 On pose $z' = z - z_e$ où z_e a été définie précédemment. Établir l'équation différentielle vérifiée par z' , sous la forme $m\ddot{z}' + h\dot{z}' + kz' = Y(t)$, où $Y(t)$ est à exprimer en fonction de z_s , $\dot{z}_s$, k et h .

Q.27 Exprimer $\underline{H} = \underline{Z}'/\underline{Z}_s$, où $\underline{Z}'$ et $\underline{Z}_s$ sont les amplitudes complexes de $z'(t)$ et de $z_s(t)$.

Q.28 Quelles sont les limites de $|\underline{H}|$ (module de $\underline{H}$) en basses et hautes pulsations ?

IV Le moteur Stirling

Le moteur Stirling bénéficie actuellement d'un nouvel intérêt car il présente de nombreux avantages. Il peut utiliser n'importe quelle source d'énergie produisant de la chaleur, combustion de tout matériau mais également énergie solaire, nucléaire, géothermique, etc. Il produit peu de vibrations et est silencieux (pas d'explosion interne ni d'échappement gazeux, absence de valves et soupapes). Grâce à l'utilisation de matériaux modernes qui supportent de grands écarts de température et qui améliorent les transferts thermiques, son rendement est comparable, voire supérieur à celui des moteurs à combustion interne. Son entretien est facile et il s'use moins que les moteurs à explosion.

La conception d'un moteur Stirling est cependant délicate, en raison des gros écarts de température qu'il doit supporter et de la nécessité d'une excellente étanchéité ; son prix reste donc élevé. Par ailleurs, il est difficile de faire varier son régime. Son emploi reste ainsi cantonné à des utilisations de niches : générateur d'électricité en milieux extrêmes, propulseur pour sous-marins, etc. Sa réversibilité conduit à l'utiliser comme pompe à chaleur capable de refroidir à $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ ou de chauffer à plus de $700\text{ }^{\circ}\text{C}$.

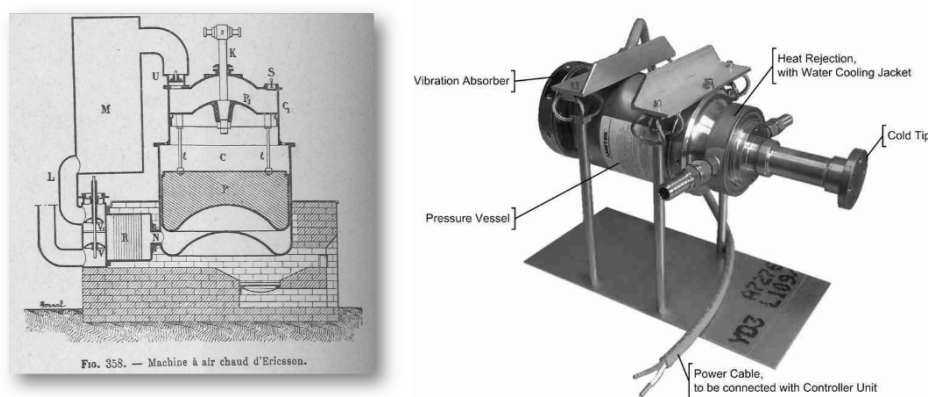


FIGURE 11 – Gravure de 1899 d'un Moteur Ericsson M1851 avec régénérateur type Stirling (Wikipedia) et moteur Stirling de l'entreprise Sunpower (ResearchGate)

IV.1 Description du moteur

Une enceinte étanche est séparée en deux chambres, une chambre chaude (chauffée par l'extérieur), de volume maximal V_1 , et une chambre froide équipée d'un dissipateur thermique (ailettes), de volume maximal V_2 . Chaque chambre est dotée d'un piston permettant de faire varier son volume et le fluide peut circuler librement d'une chambre à l'autre. Le piston de la chambre froide est le piston de travail, il entraîne le piston de la chambre chaude appelé "déplaceur" car son rôle est de faire circuler le fluide entre les deux chambres. Lors du transvasement, le fluide passe de la chambre chaude à la température T_3 à la chambre froide à la température $T_1 < T_3$ et réciproquement.

Le mouvement du gaz peut être décrit par 4 phases (figure 12) :

- une phase de compression, pendant laquelle le volume de la chambre chaude est minimal, le fluide, entièrement situé dans la zone froide, est comprimé par le piston de travail dans sa course vers le bas ;
- une fois le piston de travail au point mort bas, le déplaceur est ramené à gauche, ce qui a pour effet de transvaser le fluide comprimé, qui passe de la zone froide vers la zone chaude et reçoit un transfert thermique de la source externe ;

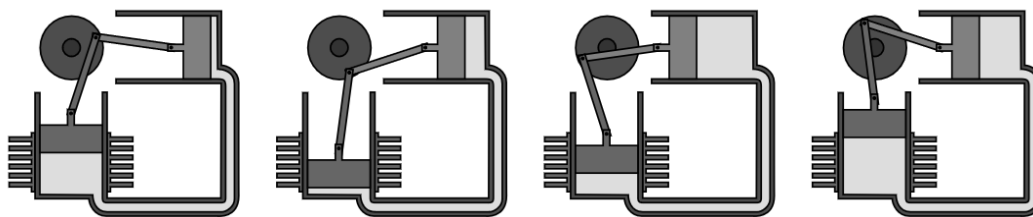


FIGURE 12 – Phases de fonctionnement d'un moteur Stirling de type alpha (d'après Wikipedia)

- une phase de détente, pendant laquelle le fluide se détend dans le volume d'expansion où il continue d'être chauffé. Cette détente a pour effet de repousser le déplaceur et le piston de travail ;
- une fois que le piston de travail a atteint le point mort haut, le déplaceur est ramené à droite, ce qui a pour effet de transvaser le fluide de la zone chaude (volume d'expansion) vers la zone froide (volume de compression). Au cours de ce transfert, le fluide cède de la chaleur au refroidisseur.

On étudie le cycle de Stirling idéal. Au cours de celui-ci, n moles de gaz parfait de coefficient adiabatique γ subissent les transformations suivantes :

- une compression ($1 \rightarrow 2$) isotherme réversible à la température T_1 ,
- un échauffement ($2 \rightarrow 3$) isochore jusqu'à l'état 3 de température T_3 ,
- une détente ($3 \rightarrow 4$) isotherme réversible à la température T_3 ,
- un refroidissement ($4 \rightarrow 1$) isochore jusqu'à l'état 1.

Il n'y a pas d'autre travail que celui des forces de pression.

Q.29 Représenter l'allure du diagramme correspondant au cycle idéal. Justifier que ce cycle est celui d'un moteur.

On note $r = \frac{V_1}{V_2}$ le rapport de compression entre les volumes fixés par construction.

Q.30 Montrer que la capacité thermique à volume constant s'écrit

$$C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$$

où R est la constante des gaz parfaits.

Q.31 Exprimer W_{12} et W_{34} , les travaux reçus par le fluide au cours de la compression et de la détente en fonction notamment de r .

Q.32 En déduire les transferts thermiques Q_{12} et Q_{34} . Préciser les signes des différents termes.

Q.33 Exprimer Q_{23} et Q_{41} , les transferts thermiques reçus par le fluide au cours de l'échauffement et du refroidissement isochore, en fonction notamment de γ et de T_1 et T_3 . Préciser leurs signes.

IV.2 Rendement du moteur

Q.34 Définir puis exprimer le rendement idéal du moteur en fonction de T_1 , T_3 , r et γ .

Q.35 Définir le rendement de Carnot. Déterminer son expression en fonction de T_1 et T_3 . Commenter.

Un moteur de Stirling peut contenir un régénérateur. Dans ce cas, la chaleur perdue par le gaz lors du refroidissement isochore est récupérée par le gaz lors du chauffage isochore. Si le régénérateur est idéal, cette récupération est totale.

Q.36 Que devient le rendement du cycle idéal dans ce cas ?