

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 3 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte 5 pages

EXERCICE 1	6 points
EXERCICE 2	5 points
EXERCICE 3	6 points
EXERCICE 4	3 points

SUJET

EXERCICE 1 (6 points)

On s'intéresse au lien éventuel pouvant exister entre les lecteurs de revues liées à l'agriculture et leur origine.

Une personne prise au hasard est interrogée sur l'achat de revues liées à l'agriculture et sur son origine.

On considère la variable aléatoire X prenant pour valeur :

- 0 si la personne n'achète jamais de revues liées à l'agriculture ;
- 1 si la personne achète parfois des revues liées à l'agriculture ;
- 2 si la personne est abonnée à au moins une revue liée à l'agriculture.

On considère la variable aléatoire Y prenant pour valeur :

- 0 si la personne n'est pas d'origine agricole ;
- 1 si la personne est d'origine agricole.

A partir d'une enquête statistique, on a pu établir la loi conjointe du couple (X, Y) .

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	0	1	2
0	0,15	0,05	0,1
1	0,05	0,25	0,4

1. Donner les lois des variables aléatoires X et Y .
2. Calculer les espérances mathématiques et les variances des variables aléatoires X et Y .
3. Déterminer la probabilité qu'une personne prise au hasard n'achète jamais de revue liée à l'agriculture et ne soit pas d'origine agricole.
4. Sachant que la personne n'est pas d'origine agricole, quelle est la probabilité qu'elle n'achète jamais de revue liée à l'agriculture ?
5. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 (5 points)

La verse est un accident de végétation atteignant les céréales, provoqué par la pluie ou le vent, et couchant les tiges au sol. Elle peut être due entre autres, à une fumure déséquilibrée (excès d'azote) provoquant une croissance exagérée des tiges.

Une étude statistique a été menée sur 200 parcelles de blé d'un même terroir sur lesquelles différents apports d'azote ont été réalisés, afin d'étudier un éventuel effet de cet apport sur l'apparition de la verse.

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

$\begin{matrix} \text{Intensité de la verse} \\ \text{Apport d'azote} \end{matrix}$	Parcelles non touchées par la verse	Parcelles peu touchées par la verse	Parcelles très touchées par la verse
Faible apport azote	30	13	7
Apport raisonné d'azote	49	37	14
Excès d'azote	17	18	15

Au seuil de risque 0,05, peut-on considérer que l'apport d'azote a une influence sur l'apparition de la verse ?

EXERCICE 3 (6 points)

Une enquête a montré que 15 % des habitants d'une ville du sud de la France sont équipés de panneaux solaires.

Pour cet exercice, les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

On prélève un échantillon aléatoire simple de n habitants de cette ville.

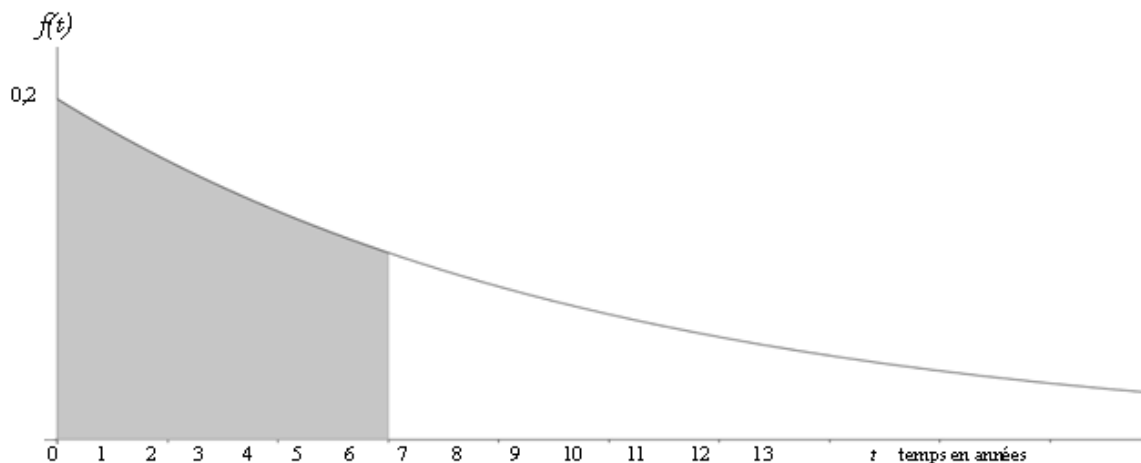
1. On note X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre d'habitants de l'échantillon équipés de panneaux solaires. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X . Justifier la réponse.
2. Pour cette question $n = 20$
 - a. Calculer $P(X \leq 2)$
 - b. En déduire la probabilité que plus de deux habitants de l'échantillon soient équipés de panneaux solaires.
3. Pour cette question $n = 100$
 - a. Déterminer l'espérance et l'écart type de la variable aléatoire X .
 - b. En utilisant une approximation de la loi de la variable aléatoire X que l'on justifiera, déterminer la probabilité qu'au moins 20 habitants soient équipés de panneaux solaires.

EXERCICE 4 (3 points)

La durée de vie, exprimée en années, d'un distributeur automatique d'aliments pour les volailles est modélisée par une variable aléatoire. On admet que sa densité de probabilité est la fonction f définie sur

l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $f(t) = 0,2e^{-0,2t}$

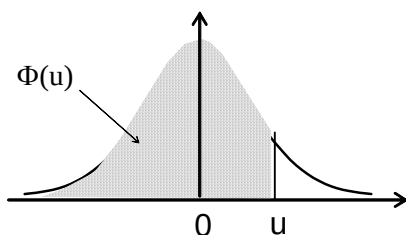
La courbe représentative (C) de cette fonction est donnée ci-dessous.



1. Interpréter l'aire grisée en termes de probabilité.
2. On considère la fonction de répartition F définie sur $[0; +\infty[$ par $F(t) = P(X \leq t) = 1 - e^{-0,2t}$.
Calculer les probabilités :
 - a. que la durée de vie du distributeur soit inférieure à 3 ans.
 - b. que la durée de vie du distributeur soit comprise entre 4 et 6 ans.

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

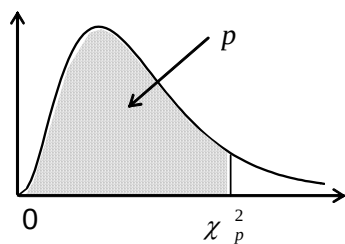
$$\Phi(u) = \text{Prob}(U \leq u)$$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

Valeurs χ^2_p telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17