

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE

ÉPREUVE E4

TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 3 heures

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Rappel : Au cours de l'épreuve, la calculatrice est autorisée pour réaliser des opérations de calcul, ou bien élaborer une programmation, à partir des données fournies par le sujet.

Tout autre usage est interdit.

Le sujet comporte 5 pages

EXERCICE 1 : 7,5 points

EXERCICE 2 : 7,5 points

EXERCICE 3 : 5 points

SUJET

EXERCICE 1 (7,5 points)

On étudie le séchage des dattes Mech-Delga à la température de 100°C.

Les résultats sont répertoriés dans le tableau ci-dessous :

Durée de séchage t_i (en min)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Teneur en eau y_i (en g/100 g)	14,8	9,2	7,5	6,2	4,5	3,8	3,5	2,8	1,8	1,2	1	1	1

1. Construire le nuage de points (t_i, y_i) dans le plan muni d'un repère orthogonal avec pour unités graphiques : 1 cm pour 5 min en abscisses et 1 cm pour 1 g/100 g en ordonnées.

La forme de ce nuage conduit à rechercher une relation entre t et y de la forme $y = k \times e^{Bt}$ où k et B sont des réels à déterminer.

2. On pose, pour tout entier i de 1 à 13, $z_i = \ln y_i$.

Dresser un tableau faisant apparaître les valeurs t_i et z_i . On donnera les résultats arrondis à 10^{-3} près.

3. Donner, à l'aide de la calculatrice, le coefficient de corrélation linéaire entre les variables statistiques T et Z . On arrondira la valeur à 10^{-3} près.
4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de Z en T par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront donnés à 10^{-3} près.
5. Pour i variant de 1 à 13, on note $\hat{z}_i$ les estimations de z_i calculées à partir de l'ajustement obtenu à la question précédente et $e_i = z_i - \hat{z}_i$.
 - a. Calculer les différents résidus e_i . Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.
 - b. Cet ajustement est-il pertinent ? Justifier la réponse.
6. Dédurre de la question 4 une relation entre t et y de la forme $y = k \times e^{Bt}$ où k et B sont des réels qui seront arrondis à 10^{-2} près.
7. En supposant l'ajustement de Y en T valide, calculer une estimation de la teneur en eau des dattes au bout de 80 min à 0,1 près.

EXERCICE 2 (7,5 points)

Sur une chaîne d'emballage de dattes, 15 % des articles ont une étiquette présentant un défaut donné.

On prélève au hasard sur cette chaîne un échantillon aléatoire simple de n articles.

On désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre d'articles de l'échantillon dont l'étiquette présente le défaut.

1. Déterminer la loi de probabilité de X . Justifier votre réponse et préciser l'espérance mathématique et l'écart type de la variable aléatoire X en fonction de n .
2. On effectue un prélèvement aléatoire simple de 18 articles. Calculer à 10^{-4} près la probabilité d'avoir :
 - a. 4 articles présentant le défaut d'étiquette.
 - b. Au moins 2 articles présentant le défaut d'étiquette.
3. On effectue un prélèvement aléatoire simple de 120 articles.
 - a. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et son écart type à 0,1 près.
 - b. En utilisant une approximation que l'on justifiera, calculer la probabilité d'avoir moins de 11 articles présentant un défaut d'étiquette.

On rappelle que, si X est distribuée selon la loi $\mathcal{B}(n,p)$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \text{ où } \binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$$E(X) = np \qquad V(X) = npq.$$

EXERCICE 3 (5 points)

Une machine remplit des barquettes de dattes de masse nominale 250 g.

On désigne par X , la variable aléatoire prenant pour valeur la masse exprimée en grammes d'une barquette prélevée au hasard dans la production.

On suppose que la loi de X est une loi normale.

Un échantillon de 14 barquettes est prélevé de façon aléatoire simple.

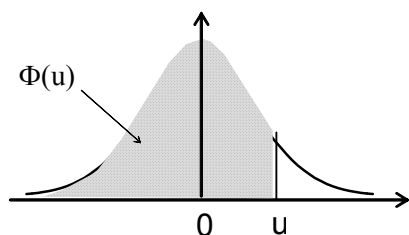
Les masses des 14 barquettes sont relevées ci-dessous :

247	252	250	249	250	252	250
254	250	257	253	248	251	255

1. Calculer la masse moyenne $\bar{x}$ et la variance s^2 des 14 barquettes de l'échantillon. On arrondira les résultats à 10^{-1} près.
2. En déduire une estimation ponctuelle de la moyenne et de la variance de la population à 10^{-1} près.
3. Estimer la masse moyenne des barquettes par un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,99.

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

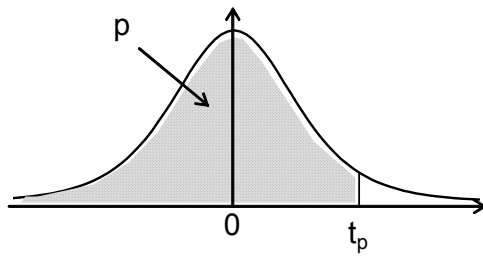
$$\Phi(u) = \text{Prob}(U \leq u)$$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de liberté.

Valeurs t_p telles que $\text{Prob}(T \leq t_p) = p$



$\begin{matrix} p \\ \backslash \\ k \end{matrix}$	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,29	636,58
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
35	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
45	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
50	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
80	1,29	1,66	1,99	2,37	2,64	3,20	3,42
100	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	3,17	3,39
200	1,29	1,65	1,97	2,35	2,60	3,13	3,34
500	1,28	1,65	1,96	2,33	2,59	3,11	3,31
1000	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,10	3,30
10000	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

EXAMEN

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Date de naissance :

Centre d'épreuve :

Date :

N° du sujet choisi (1)
ou repère de l'épreuve

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire