

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
E4 CULTURE SCIENTIFIQUE ET TECHNOLOGIQUE : MATHÉMATIQUES

Toutes options

Durée : 120 minutes

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte 8 pages

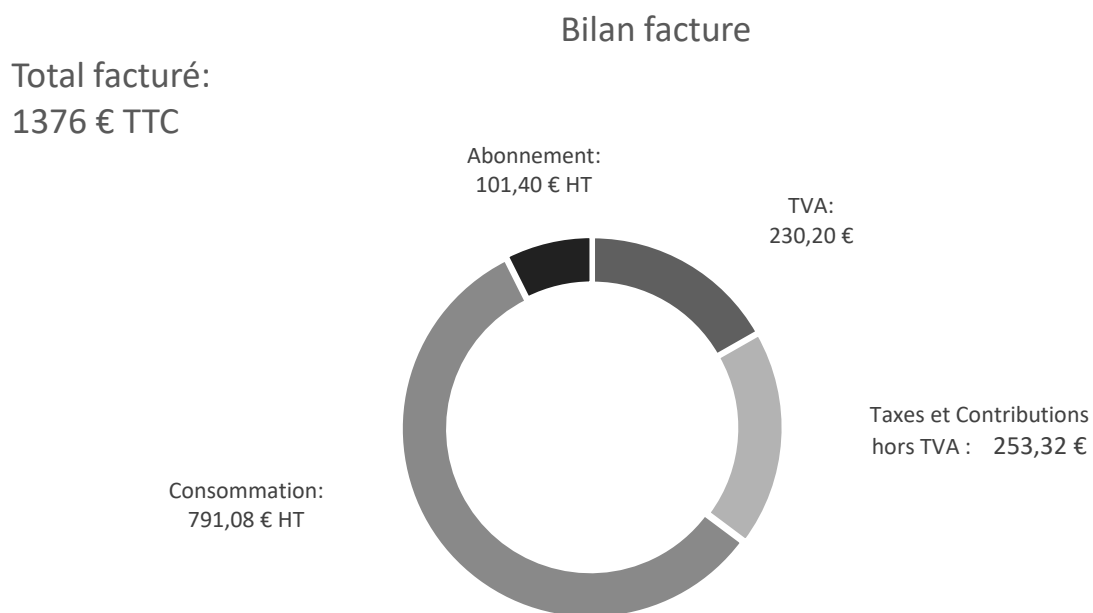
Les annexes A et B sont à rendre avec la copie après avoir été numérotées

SUJET

Les quatre exercices sont indépendants.

Exercice 1 (6 points)

Le graphique ci-dessous détaille le montant de la facture annuelle d'électricité de Félix pour l'année 2020.



TTC : Toutes Taxes Comprises. HT : Hors Taxes. TVA : Taxe sur la Valeur Ajoutée.

1. Calculer la proportion, exprimée en pourcentage, que représentent les taxes (TVA + Taxes et Contributions hors TVA) dans le montant total de sa facture annuelle. Arrondir à 10^{-1} près.

2. En menant des travaux d'isolation et en changeant de comportement dans ses pratiques de consommation, un conseiller de l'Agence de la Transition Écologique a indiqué à Félix que sa facture pouvait baisser de 5 % par an dès 2021 pendant plusieurs années.
Calculer le montant de la facture de Félix estimé pour l'année 2021 en tenant compte de cette baisse de 5 %.

3. Soit u_n le montant de la facture annuelle estimée en euros l'année $2020 + n$.
On admet que $u_0 = 1376$.
 - a. Donner la nature de la suite (u_n) . Préciser la raison.
 - b. Calculer la facture estimée pour l'année 2023. Arrondir au centime près.
 - c. Calculer la somme totale des factures de 2020 à 2023, en vous appuyant sur les estimations. Arrondir au centime près.

4. On admet que, sans travaux ni changement de pratiques, sa facture annuelle aurait été stable à 1 376 €. En tenant compte des aides de l'État, les travaux d'isolation lui ont coûté 650 €.
Félix pense qu'avec la baisse de 5 % par an de sa facture, il va pouvoir rentabiliser les 650 € de son apport personnel dès la fin de l'année 2023. A-t-il raison ? Justifier votre réponse.

Exercice 2 (5 points)

Pour son type de logement, le fournisseur d'énergie d'Agathe propose 2 types d'abonnements pour une puissance de 6 kVA (kilovoltampère) :

Tarif Option Base :

Abonnement : 6 kVA	128 € par an
Prix du kWh (kilowattheure)	0,16 €

Tarif Option Heures Creuses :

Abonnement : 6 kVA avec Heures Creuses et Heures Pleines	128 € par an
Prix du kWh Heures Creuses	0,13 €
Prix du kWh Heures Pleines	0,18 €

Avec un tel tarif, les journées sont divisées en « Heures Creuses », souvent situées tard dans nuit (par exemple : de minuit à six heures du matin), et « Heures Pleines », le reste du temps.

Agathe a un abonnement **Option Heures Creuses** et sait qu'elle consomme chaque année 6 800 kWh. Elle constate, sur le détail de sa facture, que 30 % de sa consommation en kWh se situent en heures creuses, le reste en heures pleines.

1. Déterminer le montant de la facture d'Agathe.
2. Montrer que si Agathe avait souscrit un abonnement **Option Base**, sa facture aurait été de 1 216 €.

Agathe veut savoir à partir de quel pourcentage de consommation en heures creuses l'abonnement **Option Heures Creuses** sera plus intéressant que l'abonnement **Option Base** tout en gardant la même consommation totale. Un conseiller de son fournisseur lui a fourni les projections ci-dessous concernant sa facture d'électricité :

Pourcentage d'heures creuses	Montant de la facture d'Agathe Option Heures Creuses en euros
0	1 352
50	1 182
100	1 012

On note f la fonction définie sur l'intervalle $[0, 100]$ donnant le montant annuel en euros (**Option Heures Creuses**) de la facture d'Agathe en fonction du pourcentage de sa consommation annuelle en heures creuses.

3. En notant x le pourcentage de sa consommation annuelle en heures creuses, on admet que $f(x)$ s'exprime sous la forme $f(x) = ax + b$ où a et b sont deux nombres réels.
- Trouver par la méthode de votre choix les valeurs de a et de b .
 - Tracer dans le repère de l'**Annexe A** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée), la représentation graphique de la fonction f liée à l'abonnement **Option Heures Creuses**.
 - En utilisant le graphique, déterminer à partir de quel pourcentage de consommation en heures creuses, l'abonnement **Option Heures Creuses** est plus avantageux pour Agathe que l'**Option Base**.

Exercice 3 (4 points)

Afin de mieux connaître le détail de sa consommation d'électricité, Agathe a noté, sur trois semaines, sa consommation journalière en kilowattheure (kWh), du lundi au vendredi.

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
15	18	6	16	5
14	17	21	18	13
13	15	14	29	14

- Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série.

La consommation journalière d'Agathe pendant le week-end (samedi et dimanche) est résumée ci-dessous :

moyenne journalière : 24,1 kWh

écart-type : 7,1 kWh

- Agathe pense que sa consommation du lundi au vendredi est plus homogène que le week-end. A-t-elle raison ?

Sur la page d'accueil de son compte Internet, son fournisseur d'énergie propose le message suivant :

« Si votre consommation le week-end représente plus de 50 % de votre consommation totale, faites des économies sur votre facture avec l'abonnement **"Week-end"** ».

- Discuter de l'intérêt de cette offre pour Agathe. Argumenter votre réponse. Toute démarche sera prise en compte dans la notation.

Exercice 4 (5 points)

Félix travaille à l'Agence Régionale de la Biodiversité en Nouvelle-Aquitaine et il étudie l'évolution du débit journalier, en m^3/s , d'une rivière en Corrèze en période de sécheresse. Cette étude a commencé le 1^{er} juillet 2020.

À partir des relevés journaliers représentés par des points sur **l'Annexe B**, Félix a modélisé l'évolution du débit journalier de la rivière par la fonction D définie sur l'intervalle $[1 ; 31]$ par

$$D(t) = 52,4e^{-0,09t} \quad \text{où } t \text{ représente le temps (en jours) écoulé à partir du 30 juin et } D(t) \text{ le débit moyen journalier en } m^3/s \text{ (} t = 1 \text{ correspond donc au 1}^{\text{er}} \text{ juillet 2020).}$$

L'Annexe B présente les relevés journaliers du 1^{er} au 21 juillet 2020 et la représentation graphique de la fonction D sur l'intervalle $[1 ; 21]$.

1. Déterminer graphiquement le débit journalier le 5 juillet 2020. Laisser les traits de construction apparents sur **l'Annexe B** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée).
2. Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier votre réponse.
 - a. $D(23) = 5,5$.
 - b. $D(t) = 15$ a pour solution $t \approx 14$ arrondi à l'unité.
 - c. $D'(t) = -4,716e^{-0,09t}$.
 - d. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction au point d'abscisse 9 est égal à -3 .
3. La préfecture de la Corrèze a mis en place des restrictions d'eau. L'autorisation et l'interdiction d'arrosage varient suivant les niveaux d'alerte : vigilance, alerte, alerte renforcée et crise. Le tableau ci-dessous présente les différentes restrictions de la préfecture de Corrèze concernant l'arrosage des jardins et potagers.

Niveaux d'alerte	Vigilance	Alerte	Alerte renforcée	Crise
Consignes pour l'arrosage des jardins et potagers	Incitation à économiser l'eau	Arrosage interdit de 10 h à 18 h	Arrosage interdit de 8 h à 20 h	Interdiction totale d'arroser

Les seuils de restriction concernant cette rivière, donnés par l'Agence Régionale de la Biodiversité en Nouvelle-Aquitaine, sont les suivants :

	Seuils de restriction (m^3/s)
Vigilance	$[7 ; 10 [$
Alerte	$[5,25 ; 7[$
Alerte renforcée	$[3,5 ; 5,25[$
Crise	$[0 ; 3,5[$

On admet que si les conditions climatiques ne changent pas, le modèle reste valable tout le mois de juillet.

- Déterminer, dans ce cas, à partir de quel jour du mois de juillet on atteint pour la première fois le seuil de vigilance.
- Félix habite près de cette rivière et il a l'habitude d'arroser son potager après son travail à 19 h. Déterminer, par la méthode de votre choix, à partir de quel jour il ne pourra plus arroser son potager à cette heure-là.

RAPPELS :

Suites	
Si (u_n) est une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q , $q \neq 1$ alors :	
	$u_n = u_0 \times q^n$
et	$u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$
Analyse	
Pour a réel, si $f(x) = e^{a \cdot x}$ alors $f'(x) = a \times e^{a \cdot x}.$	

NOM :

EXAMEN :

(EN MAJUSCULES)

Spécialité ou Option :

Prénoms :

EPREUVE :

Date de naissance :

Centre d'épreuve :

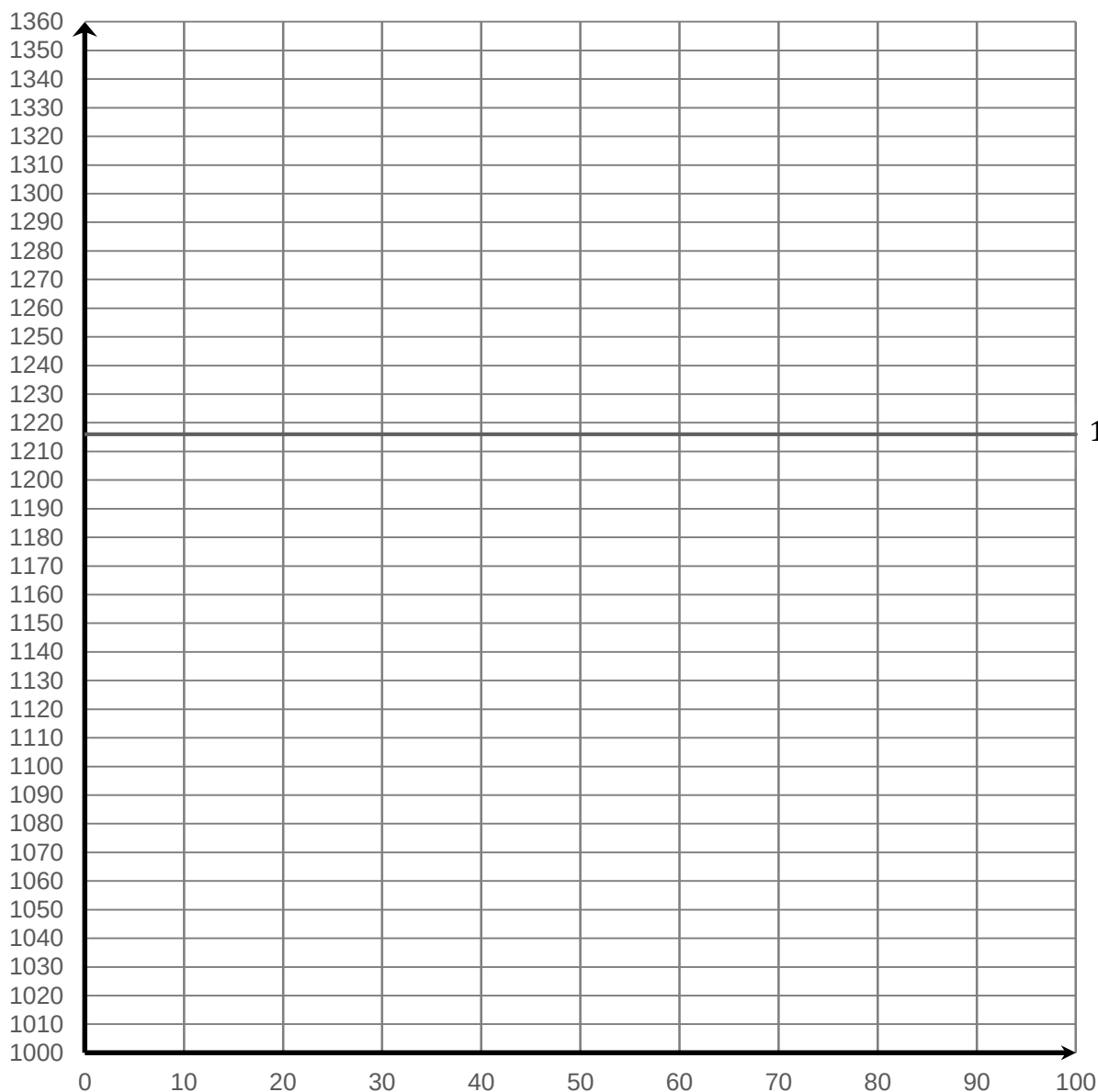
Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

ANNEXE A (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

Montant en euros



1 216 euros

Pourcentage
d'heures
creuses

NOM :

(EN MAJUSCULES)

Prénoms :

Date de naissance :

MINISTERE DE L'AGRICULTURE

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

EPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

ANNEXE B (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

