

**BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES**

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 8 pages.

Des extraits des tables des lois normale, de Student et du Khi 2 sont fournis en fin de sujet.

SUJET

Dans tout le sujet, les échantillons sont assimilés à des échantillons aléatoires simples et indépendants.

Afin de réduire la consommation d'énergies fossiles, de nouveaux matériaux à base de chanvre se développent. Celui-ci peut être transformé en deux matériaux de base : la fibre de chanvre, avec laquelle on peut faire du papier, de la corde, des laines isolantes et la chènevotte (tiges de chanvre broyées) utilisée pour créer des matériaux de construction.

Le traitement de rouissage est le premier processus de transformation que les tiges de chanvre subissent après la récolte (macération pour faciliter la séparation de l'écorce filamenteuse avec la tige).

EXERCICE 1 (7 points)

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

Afin d'améliorer les connaissances sur le rouissage de chanvre au champ, une étude de l'INRAE estime la quantité d'eau apportée par la rosée du matin à l'aide de capteurs diélectriques.

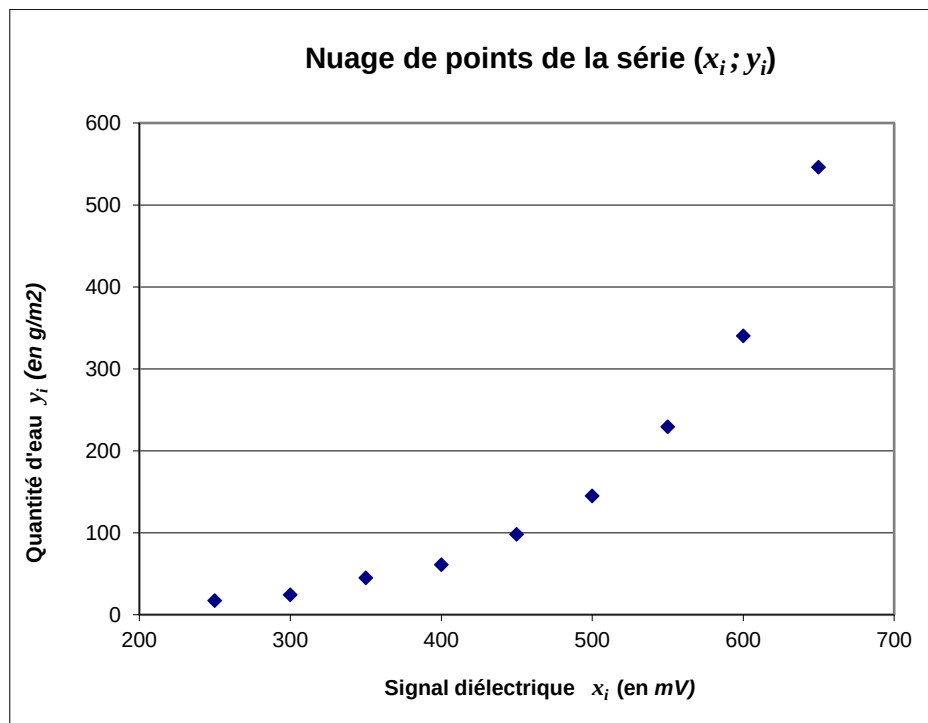
On souhaite estimer la quantité d'eau (exprimée en g/m^2) en fonction du signal recueilli par le capteur (exprimé en mV).

On désigne par X la variable statistique prenant pour valeur le signal diélectrique en mV et Y la variable statistique prenant pour valeur la quantité d'eau recueillie sur les tiges de chanvre en g/m^2 .

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci-après :

Signal diélectrique x_i (en mV)	250	300	350	400	450	500	550	600	650
Quantité d'eau y_i (en g/m ²)	17	24	45	61	98	145	229	340	546

Le nuage de points de la série statistique $(x_i; y_i)$ est représenté ci-dessous :



Ajustement affine :

1. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Y .
2. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de Y en X par la méthode des moindres carrés.
3. Déterminer les résidus de cet ajustement.
4. Discuter la validité de cet ajustement. Justifier la réponse.

Autres ajustements :

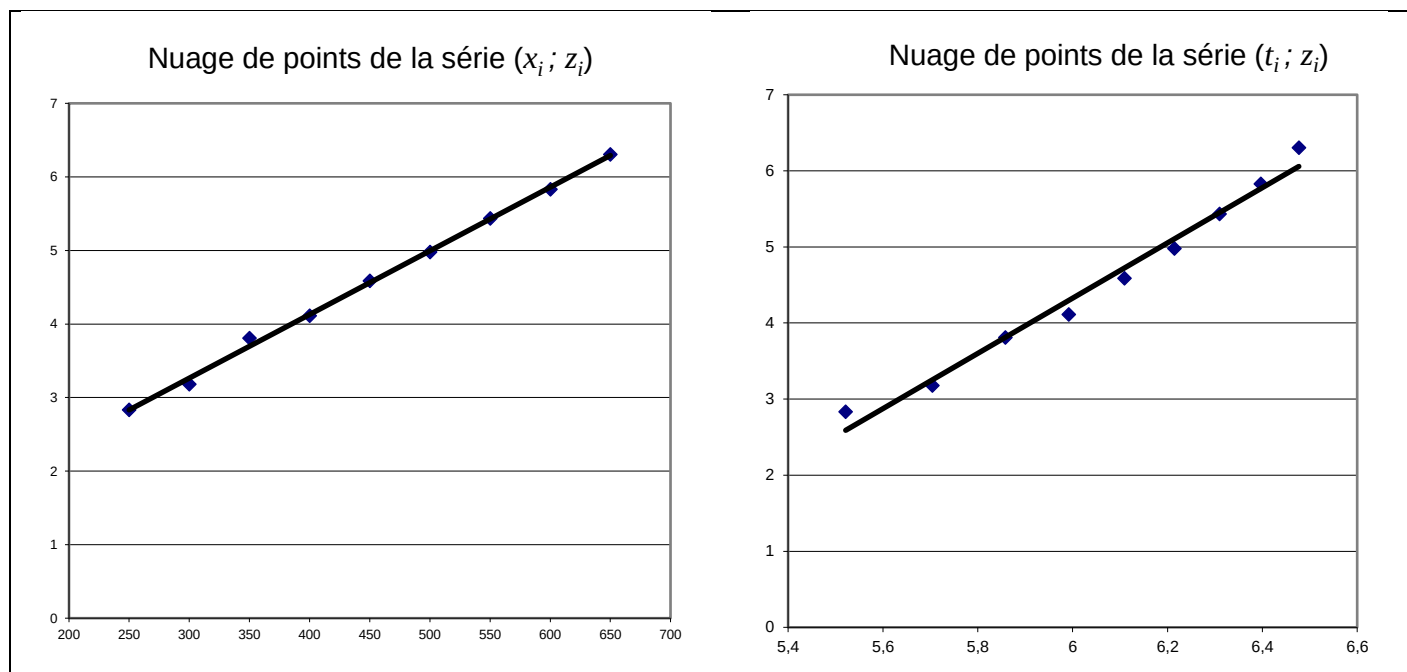
On pose pour tout entier i variant de 1 à 9, $t_i = \ln x_i$ et $z_i = \ln y_i$.

On définit alors deux nouveaux modèles :

Le modèle 1 qui correspond à un ajustement affine par la méthode des moindres carrés entre les variables X et $Z = \ln Y$.

Le modèle 2 qui correspond à un ajustement affine par la méthode des moindres carrés entre les variables $T = \ln X$ et $Z = \ln Y$.

Ci-après sont représentés les nuages de points des séries $(x_i; z_i)$ et $(t_i; z_i)$.



5. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Z puis celui entre les variables T et Z .
6. Choisir, parmi les modèles proposés, le modèle le plus adapté en justifiant votre choix.
7. À l'aide du modèle choisi, estimer la quantité d'eau pour un signal diélectrique de 700 mV.

EXERCICE 2 (5 points)

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-2} près.

Lors du rouissage, la dégradation biologique des constituants de la tige modifie la morphologie des fibres de chanvre. Afin d'étudier la largeur des fibres des tiges de chanvre rouies, un technicien réalise des mesures à l'aide d'un microscope électronique sur la fibre élémentaire des tiges. Les mesures des largeurs obtenues en μm sur un échantillon aléatoire simple de 100 fibres élémentaires sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Largeur des fibres rouies (en μm)	[10 , 20[	[20 , 40[	[40 , 60[	[60 , 80[	[80 , 100[	[100 , 120[
Effectifs	9	25	30	21	10	5

On admet que la largeur d'une fibre de chanvre rouie sélectionnée au hasard est une variable aléatoire X distribuée selon une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ .

On souhaite obtenir une estimation de la largeur moyenne des fibres de chanvre rouies.

1. Déterminer une estimation ponctuelle de μ .
2. Déterminer une estimation ponctuelle de la variance σ^2 .
3. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de μ au niveau de confiance 0,95.
4. Pour les fibres de chanvre non rouies, une estimation par intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 de la largeur moyenne des fibres est $[50,23 ; 65,70]$.

Un article publie « Le rouissage permet de diminuer la largeur des fibres de chanvre. »

Au vu des résultats obtenus, indiquer si l'on peut confirmer l'annonce publiée. Justifier la réponse.

EXERCICE 3 (3 points)

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

La chènevotte est un excellent isolant naturel à utiliser pour les réalisations d'enduit.

La société ECOLOGIC conditionne la chènevotte en ballots de 200 L.

Les ballots sont considérés de qualité optimale lorsque leur taux d'humidité est inférieur à 19%.

On admet que la probabilité qu'un ballot, pris au hasard dans la production, soit de qualité optimale est égale à $p = 0,90$.

On désigne par X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de ballots de qualité optimale parmi les 53 prélevés.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X . Préciser ses paramètres.
2. Calculer la probabilité d'obtenir plus de 42 ballots de qualité optimale parmi les 53 prélevés.
3. Déterminer la plus grande valeur de k telle que $p(X \leq k) \leq 0,05$.

Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 4 (5 points)

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-2} près.

Trois nouvelles variétés de chanvre ont été proposées à l'inscription sur la liste du Catalogue Officiel Français : Djumbo 20, Ostara 9 et Nashinoïde 15.

Le CTPS (Comité Technique Permanent de la Sélection des plantes cultivées) met en place une expérimentation afin d'étudier l'influence de la variété sur le rendement.

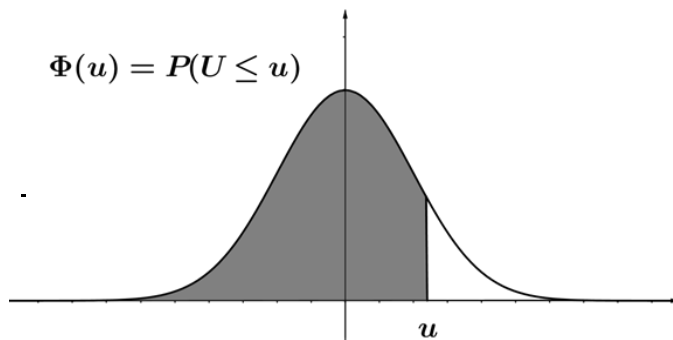
Il réalise des essais sur 90 parcelles sélectionnées au hasard et cultivées avec ces trois variétés.

Le rendement en fibres est étudié et les résultats sont les suivants :

Variété	Rendement		
	Moyen	Bon	Très bon
Djumbo 20	8	12	10
Ostara 9	10	11	9
Nashinoïde 15	7	8	15

À l'aide d'un test statistique, déterminer au seuil de risque de 0,05, si le rendement dépend de la variété de chanvre.

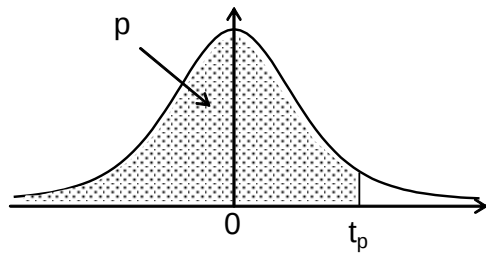
Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de liberté.

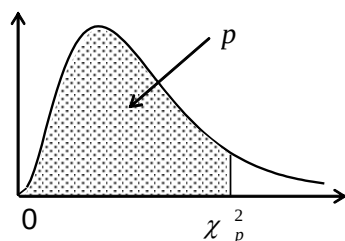
Valeurs t_p telles que $\text{Prob}(T \leq t_p) = p$



$k \backslash p$	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,29	636,58
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
35	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
45	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
50	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
80	1,29	1,66	1,99	2,37	2,64	3,20	3,42
100	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	3,17	3,39
200	1,29	1,65	1,97	2,35	2,60	3,13	3,34
500	1,28	1,65	1,96	2,33	2,59	3,11	3,31
1000	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,10	3,30
10000	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

Valeurs χ^2_p telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17