

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE

ÉPREUVE E4

TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 3 heures

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Rappel : Au cours de l'épreuve, la calculatrice est autorisée pour réaliser des opérations de calcul, ou bien élaborer une programmation, à partir des données fournies par le sujet.

Tout autre usage est interdit.

Le sujet comporte 6 pages

EXERCICE 1 : 7 points

EXERCICE 2 : 8 points

EXERCICE 3 : 5 points

SUJET

EXERCICE 1 (7 points)

Afin d'étudier le développement d'algues vertes dans l'eau des piscines extérieures, une simulation a été réalisée dans un bassin expérimental. L'objectif est de prévoir l'évolution de cette pollution biologique. Pour cela, on prélève un échantillon d'eau toutes les heures et on note le nombre d'algues.

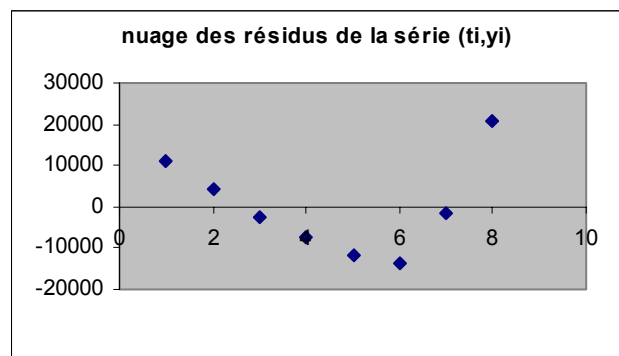
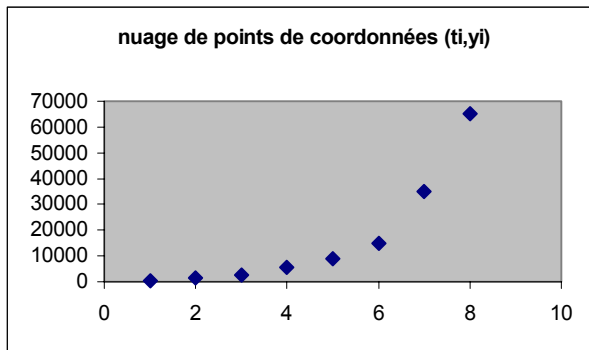
Le tableau ci-dessous présente le nombre y_i d'algues vertes dans l'eau de piscine en fonction du temps écoulé t_i .

Temps t_i (exprimé en heures)	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'algues y_i	500	1500	2500	5500	9000	15000	35000	65000

Dans cet exercice, les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

1. Le nuage de points de la série (t_i, y_i) , le coefficient de corrélation linéaire entre les variables T et Y et la représentation graphique des résidus de cette régression sont donnés ci-après.

Coefficient de corrélation linéaire entre les variables T et Y : 0,855



Expliquer pourquoi l'ajustement linéaire entre les variables T et Y n'a pas été retenu.

2. On pose pour $1 \leq i \leq 6$, $z_i = \ln y_i$.
 - a. Construire le tableau de la série (t_i, z_i) . Les résultats seront donnés à 10^{-3} près.
 - b. Construire le nuage de points de cette série dans un plan muni d'un repère orthonormal (unités graphiques 1 cm).
 - c. Donner à l'aide de la calculatrice le coefficient de corrélation linéaire entre les variables statistiques T et Z à 10^{-3} près. Dans la suite de l'exercice, on retient l'ajustement linéaire entre les variables T et Z . Justifier ce choix.
3. Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de Z en T . Les résultats seront donnés à 10^{-3} près.
4. Montrer que le nombre d'algues y peut s'exprimer en fonction du temps t sous la forme $y = A e^{Bt}$ où A et B sont des constantes réelles.
5. Calculer, si la tendance se confirme, une estimation du nombre d'algues au bout de 24 heures arrondi à l'unité.

EXERCICE 2 (8 points)

Un centre de triage de fruits dispose d'une calibreuse sur sa ligne de conditionnement de mirabelles. Cette calibreuse permet d'écarter les fruits présentant un diamètre trop petit.

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

On considère une livraison dans laquelle la proportion de mirabelles trop petites est égale à 0,12. On extrait de cette livraison un échantillon aléatoire simple de 100 mirabelles.

On désigne par X le nombre de mirabelles trop petites dans cet échantillon.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X . Justifier la réponse.
2. Par quelle loi peut-on approcher la loi de X ? Justifier la réponse.

3. En utilisant cette loi, calculer la probabilité que moins de 10 mirabelles soient écartées.

Partie B

- On considère une livraison dans laquelle la proportion de mirabelles trop petites est notée p .
On note F la variable aléatoire prenant pour valeur la proportion de mirabelles trop petites dans un échantillon aléatoire de taille n extrait de la livraison.
 - Exprimer l'espérance mathématique et l'écart-type de la variable aléatoire F en fonction de p et n .
 - Par quelle loi de probabilité peut-on approcher la loi de la variable F ?
- Sur un échantillon aléatoire simple de 2000 fruits triés, 240 sont écartés car trop petits.
 - Donner une estimation ponctuelle de p .
 - Déterminer une estimation par intervalle de confiance de p au niveau de confiance 0,95.

On rappelle que, si X est distribuée selon la loi $\mathcal{B}(n, p)$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \text{ où } \binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$$E(X) = np$$

$$V(X) = npq.$$

EXERCICE 3 (5 points)

On a traité deux parcelles identiques de vigne atteintes par l'anthracnose (champignon qui attaque la vigne et réduit le rendement du vin). On applique deux traitements différents, l'un sur la première parcelle que l'on appellera T_1 et l'autre sur la seconde qu'on appellera T_2 .

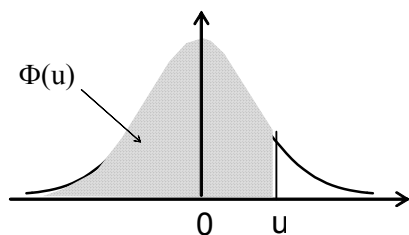
On distingue trois résultats possibles : soit la maladie est éradiquée, soit on relève une amélioration, soit le traitement n'a eu aucun effet. Le tableau ci-dessous donne les résultats des observations effectuées sur 1 000 pieds de vigne.

Résultats Traitements	Le traitement n'a pas d'effet	On constate une amélioration	La maladie est éradiquée
T_1	125	155	290
T_2	90	95	245

Les résultats obtenus dépendent-ils du traitement appliqué ? On effectuera un test du χ^2 au seuil de risque 0,05.

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

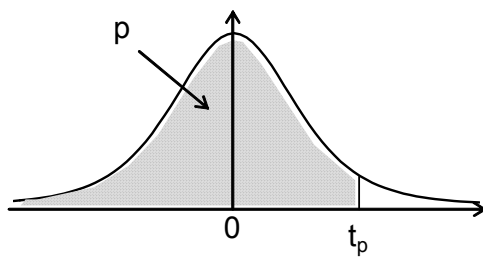
$$\Phi(u) = \text{Prob}(U \leq u)$$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de liberté.

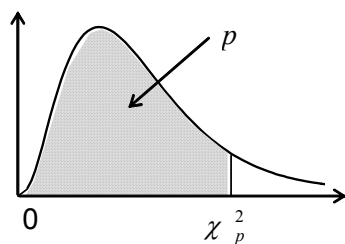
Valeurs t_p telles que $\text{Prob}(T \leq t_p) = p$



$k \backslash p$	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,29	636,58
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
35	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
45	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
50	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
80	1,29	1,66	1,99	2,37	2,64	3,20	3,42
100	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	3,17	3,39
200	1,29	1,65	1,97	2,35	2,60	3,13	3,34
500	1,28	1,65	1,96	2,33	2,59	3,11	3,31
1000	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,10	3,30
10000	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

Valeurs χ^2_p telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17

EXAMEN

Spécialité ou Option :

NOM :
(EN MAJUSCULES)

Prénoms :

ÉPREUVE :

Date de naissance :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

N° du sujet choisi (1)
ou repère de l'épreuve