

**BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES**

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 5 pages

Des extraits des tables de la loi du Khi2 et de la loi normale sont fournis en fin de sujet.

SUJET

Dans tout le sujet, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

EXERCICE 1 (7 points)

La filière betteravière française cherche à gagner en productivité afin d'obtenir des rendements en sucre plus satisfaisants. La fertilisation azotée est l'un des principaux facteurs influençant le rendement de la betterave sucrière.

Lors d'une expérimentation, on a relevé la production de betteraves de plusieurs parcelles ayant reçu différentes quantités d'azote. On note :

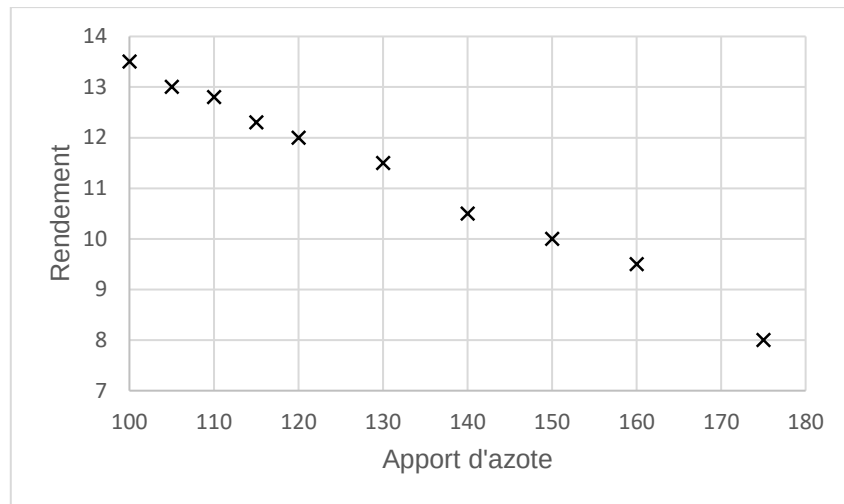
X la variable statistique qui désigne l'apport d'azote sur la parcelle exprimé en kilogrammes par hectare.

Y la variable statistique qui désigne le rendement de la parcelle en betteraves exprimé en tonnes par hectare.

Voici les résultats obtenus :

Apport d'azote x_i	100	105	110	115	120	130	140	150	160	175
Rendement y_i	13,5	13	12,8	12,3	12	11,5	10,5	10	9,5	8

Le graphique ci-dessous représente le nuage de points de la série $(x_i ; y_i)$.



1. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Y .
2. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.
3. Les résidus e_i de la régression sont définis par $e_i = y_i - \hat{y}_i$ où $\hat{y}_i$ est une estimation de y_i obtenue à l'aide de l'équation de la droite de régression.

On a représenté ci-dessous le nuage de points de ces résidus :



Retrouver, par le calcul, la valeur du résidu correspondant à un apport d'azote de 150 kg/ha.

4. Indiquer, à l'aide de deux arguments, si l'ajustement réalisé en question 2 est pertinent.
5. Le taux de sucre est optimal lorsque la production de betteraves est de 15 tonnes par hectare. En considérant que le modèle reste valable pour des apports d'azote supérieurs à 70 kg/ha, déterminer une estimation de la quantité d'azote à apporter à la parcelle pour obtenir un taux de sucre optimal.

EXERCICE 2 (5 points)

On étudie l'action de différents types de traitements contre le taupin, larve qui détruit les racines de plants de maïs. On effectue des essais sur trois parcelles notées A, B et C pour lesquelles on procède à des traitements différents.

La parcelle A a reçu un traitement biologique (utilisation d'organismes vivants prédateurs) appelé traitement A, la parcelle B est soumise à un traitement en granulés appelé traitement B, la parcelle C est soumise à un traitement en pulvérisation appelé traitement C.

Pour chaque parcelle, on compte le nombre de plants de maïs indemnes, le nombre de plants de maïs partiellement atteints, le nombre de plants de maïs morts.

Voici les résultats obtenus :

	Indemnes	Partiellement atteints	Morts
Traitement A	430	111	40
Traitement B	510	77	29
Traitement C	480	73	40

Peut-on considérer, au seuil de risque 0,05, que l'état des plants de maïs dépend du type de traitement utilisé?

EXERCICE 3 (8 points)

Le taux d'urée du lait d'un troupeau de vaches laitières peut être considéré comme un bon indicateur de la teneur en azote de l'alimentation.

L'analyse des taux d'urée est réalisée par des laboratoires, à l'aide de robots analyseurs.

On suppose que la variable aléatoire X prenant pour valeur le taux d'urée dans le lait d'une vache exprimé en milligrammes par litre, est une variable normale d'espérance 245 et d'écart-type 35.

PARTIE A

1. « La plage de confort » pour une vache correspond à un taux d'urée compris entre 200 et 300 mg/L. Déterminer la probabilité pour qu'une vache prise au hasard dans le troupeau soit dans « la plage de confort ».
2. Un taux d'urée trop élevé, supérieur à 330 mg/L, peut entraîner des problèmes de santé importants sur l'animal, notamment un système immunitaire affaibli.
Quelle est la probabilité qu'une vache prise au hasard ait un taux d'urée dans le lait trop élevé ?

3. 3 % des vaches ont un taux d'urée trop faible, ce qui entraîne une baisse de la production laitière.

Déterminer la valeur, **arrondie à l'unité**, en dessous de laquelle le taux d'urée dans le lait de ces vaches est considéré comme trop faible.

PARTIE B

On s'intéresse à un troupeau de 100 vaches laitières.

On note $\bar{X}$ la variable aléatoire prenant pour valeur le taux moyen d'urée dans les échantillons de lait de 100 vaches laitières.

1. Préciser la loi de probabilité de la variable aléatoire $\bar{X}$ et ses paramètres.
2. Calculer $P(238 \leq \bar{X} \leq 252)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

PARTIE C

Parmi 150 exploitations de vaches laitières contrôlées au hasard sur le territoire français, 18 exploitations ont été alertées car le taux d'urée moyen dans leur lait de tank était anormalement élevé.

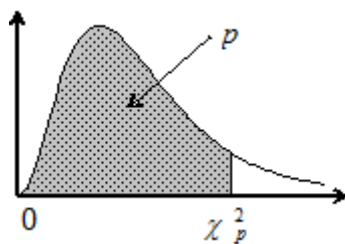
On note p la proportion d'exploitations laitières ayant un taux d'urée moyen dans le lait de tank anormalement élevé.

1. Déterminer une estimation ponctuelle de p .
2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de p au niveau de confiance 0,95.
3. Une campagne nationale de prévention a été lancée pour faire diminuer le nombre d'exploitations ayant un taux d'urée moyen dans leur lait de tank anormalement élevé. Une grande enquête nationale a permis d'établir que 8 % des exploitations de vaches laitières contrôlées au hasard sur le territoire français ont un taux d'urée moyen dans leur lait de tank anormalement élevé.

Peut-on considérer que la campagne de prévention a eu un effet sur la proportion d'exploitations ayant un taux d'urée moyen dans leur lait de tank anormalement élevé ?

Fonction de répartition d'une variable du Khi-2 à k degrés de liberté

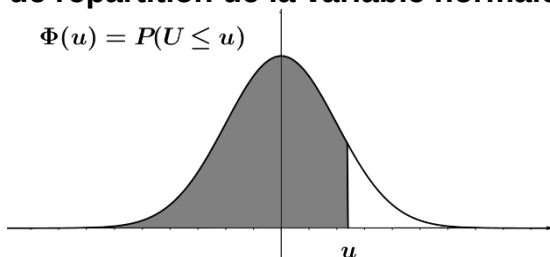
Valeurs de χ_p^2 telles que $Pr ob(\chi^2 \leq \chi_p^2) = p$



k \ P	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

$$\Phi(u) = P(U \leq u)$$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990