

# Bac 2026 maths : corrigé Asie, jour 2

**Proposition de corrigé - non officielle.** Baccalauréat général, spécialité mathématiques, session 2026, Asie, jour 2, référence 26-MATJ2JA1.

[Sujet officiel](#) · [Annales de ce concours ou examen](#)

## Exercice 1 - Fonction homographique et suite

### A. Fonction $f(x) = (x - 2)/(2x - 3)$

**1. Variations.** Sur  $] -\infty ; 3/2[$ , le dénominateur ne s'annule pas. Par dérivation d'un quotient,  $f'(x) = [(2x - 3) - 2(x - 2)]/(2x - 3)^2 = 1/(2x - 3)^2 > 0$ . La fonction est strictement croissante. À  $-\infty$ , le quotient des termes dominants donne  $1/2$ . Lorsque  $x$  tend vers  $3/2$  par valeurs inférieures, le numérateur tend vers  $-1/2$  et le dénominateur vers 0 négatif : la limite est  $+\infty$ . Cela justifie toutes les indications du tableau.

**2. Image de  $[0 ; 1]$ .**  $f(0) = 2/3$  et  $f(1) = 1$ . La croissance donne  $f([0 ; 1]) = [2/3 ; 1]$ , inclus dans  $[0 ; 1]$ .

### B. Suite $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = f(u_n)$

**1. Récurrence.** Au rang 0,  $0 \leq u_0 = 0 \leq u_1 = 2/3 \leq 1$ . Si  $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ , la croissance de  $f$  donne  $f(u_n) \leq f(u_{n+1})$ , soit  $u_{n+1} \leq u_{n+2}$ . L'image de  $[0 ; 1]$  est incluse dans  $[0 ; 1]$ , donc  $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$ . La propriété est établie pour tout  $n$ .

**2. Convergence.** La suite est croissante et majorée par 1 ; elle converge vers un réel  $\ell$  de  $[0 ; 1]$ .

**3. Limite.** L'équation  $(\ell - 2)/(2\ell - 3) = \ell$  équivaut à  $2\ell^2 - 4\ell + 2 = 0$ , soit  $2(\ell - 1)^2 = 0$ . Ainsi  $\ell = 1$ .

**4. Seuil.** Le résultat 5 000 signifie que 5 000 est le premier indice  $n$  pour lequel  $u_n \geq 0,9999$ , donc pour lequel l'écart à 1 est au plus 0,0001. Ce n'est ni la valeur du terme ni une égalité  $u_n = 1$ .

**5.a. Premiers termes.**  $u_0 = 0$ ,  $u_1 = 2/3$ ,  $u_2 = 4/5$ ,  $u_3 = 6/7$ .

**5.b. Formule explicite.** On conjecture  $u_n = 2n/(2n + 1)$ . Elle est vraie au rang 0. Si elle est vraie au rang  $n$ , le numérateur  $u_n - 2$  vaut  $-(2n + 2)/(2n + 1)$  et le dénominateur  $2u_n - 3$  vaut  $-(2n + 3)/(2n + 1)$ . Leur quotient est  $2(n + 1)/(2(n + 1) + 1)$ , ce qui achève la récurrence. L'écart  $1 - u_n = 1/(2n + 1)$  confirme le seuil : il faut  $2n + 1 \geq 10\,000$ , soit  $n \geq 5\,000$  pour  $n$  entier.

## Exercice 2 - Lancers francs

### A. Seize lancers, $p = 0,492$

**1. Loi.** Un lancer est une épreuve de Bernoulli, avec succès de probabilité 0,492. Sous l'hypothèse usuelle de lancers indépendants avec cette même probabilité,  **$X$  suit  $B(16 ; 0,492)$** . Le sujet mentionne une indépendance « deux à deux » ; prise au sens mathématique strict, celle-ci ne suffit pas toujours à garantir la loi binomiale. On retient ici l'indépendance de l'ensemble des lancers que le modèle scolaire entend supposer.

**2. Espérance.**  $E(X) = 16 \times 0,492 = 7,872$ . Sur un grand nombre de matchs comparables à seize tentatives, le nombre moyen de réussites tendrait vers cette valeur ; un match ne peut pas comporter une fraction de réussite.

**3. Cinq réussites.**  $P(X = 5) = C(16,5) \times 0,492^5 \times 0,508^{11} \approx 0,073$ .

**4. Au moins six.**  $P(X \geq 6) = 1 - \sum_{k=0}^5 C(16,k) \times 0,492^k \times 0,508^{16-k} \approx 0,883$ .

## B. Trois lancers, probabilité p

**1 à 3.** Y prend les valeurs 0, 1, 2 et 3. Il suit  $B(3 ; p)$  dans le même modèle indépendant.

| y | P(Y = y)      |
|---|---------------|
| 0 | $(1 - p)^3$   |
| 1 | $3p(1 - p)^2$ |
| 2 | $3p^2(1 - p)$ |
| 3 | $p^3$         |

**4.**  $P(Y \geq 2) = 3p^2(1 - p) + p^3 = -2p^3 + 3p^2$ .

**5.a. Variations.** Pour  $f(x) = -2x^3 + 3x^2$ ,  $f'(x) = 6x(1 - x)$ . Elle est positive sur  $]0 ; 1[$ , nulle aux bornes. La fonction croît strictement de  $f(0) = 0$  à  $f(1) = 1$ .

**5.b et c.** Continuité, croissance stricte et  $0 < 0,9 < 1$  assurent une unique solution  $\alpha$  dans  $]0 ; 1[$ .  $f(0,80) = 0,896$  et  $f(0,81) = 0,905418$ , donc **0,80 <  $\alpha$  < 0,81**, encadrement d'amplitude 0,01. Numériquement,  $\alpha \approx 0,8042$ .

**5.d. Interprétation.**  $\alpha$  est la probabilité de réussite d'un lancer pour laquelle la probabilité de réussir au moins deux des trois lancers vaut 90 %. Pour  $p \geq \alpha$ , cette probabilité est au moins 90 %.

## Exercice 3 - Géométrie dans l'espace

**1.a.**  $AB = (-2 ; 1 ; -2)$  et  $AC = (1 ; -1 ; 3)$  ne sont pas colinéaires : le rapport des premières coordonnées serait  $-1/2$ , celui des secondes  $-1$ . Les trois points définissent donc un plan.

**1.b et c.**  $n = (1 ; 4 ; 1)$  vérifie  $n \cdot AB = -2 + 4 - 2 = 0$  et  $n \cdot AC = 1 - 4 + 3 = 0$ . C'est un vecteur normal. Le plan a pour équation  $x + 4y + z + d = 0$  ; avec  $A(1 ; 2 ; 3)$ ,  $d = -12$ . Donc **(ABC) :  $x + 4y + z - 12 = 0$** .

**2.a.** La droite perpendiculaire passant par D a pour représentation :  **$x = 3 + t ; y = -2 + 4t ; z = -1 + t$** , t réel.

**2.b.** En substituant dans le plan :  $3 + t + 4(-2 + 4t) - 1 + t - 12 = 0$ , donc  $18t - 18 = 0$  et  $t = 1$ . Ainsi **H(4 ; 2 ; 0)**.

**2.c.**  $DH = (1 ; 4 ; 1)$ , donc  $DH = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ . H étant le projeté orthogonal, c'est la distance de D au plan.

**3.a.**  $AB \cdot AC = -2 - 1 - 6 = -9$ ,  $\|AB\| = 3$  et  $\|AC\| = \sqrt{11}$ . Le cosinus de l'angle BAC vaut  $-9/(3\sqrt{11}) = -3\sqrt{11}/11$ .

**3.b.** L'angle est compris entre 0 et  $\pi$ , donc son sinus est positif.  $\sin^2(\text{BAC}) = 1 - 9/11 = 2/11$ , d'où  $\sin(\text{BAC}) = \sqrt{22/11}$ .

**3.c.**  $\text{Aire}(\text{ABC}) = (1/2) \times 3 \times \sqrt{11} \times \sqrt{22/11} = 3\sqrt{2}/2$ .

**4.**  $V = (1/3) \times (3\sqrt{2}/2) \times 3\sqrt{2} = 3$  unités de volume.

## Exercice 4 - Vrai ou faux avec justification

**Affirmation 1 : fausse.** Pour  $f(x) = (-x/2 + 3)^5$ ,  $f''(x) = 5(-x/2 + 3)^3$ . Elle est positive avant 6 et négative après 6. La fonction n'est donc pas convexe sur tout  $\mathbb{R}$ .

**Affirmation 2 : vraie.** Il y a quatre multiples de 8 parmi les 32 numéros. On retranche les tirages sans aucun de ces quatre jetons :  $\mathbf{C(32,5) - C(28,5) = 103\,096}$ . Le caractère simultané du tirage impose des combinaisons, sans ordre.

**Affirmation 3 : fausse.** L'arbre donne  $P(A) = 2/5$ ,  $P(B|A) = 1/4$  et  $P(B|\bar{A}) = 3/10$ . Ainsi  $P(\bar{A} \cap B) = (3/5)(3/10) = 9/50$ , mais  $P(B) = (2/5)(1/4) + 9/50 = 7/25$ . La probabilité conditionnelle demandée vaut  $\mathbf{P(\bar{A}|B) = (9/50)/(7/25) = 9/14}$ , pas  $9/50$ .

**Affirmation 4 : vraie.**  $h'(x) = e^{-x}(\cos x - \sin x)$ , donc  $h' + h = e^{-x} \cos x$ .

**Affirmation 5 : fausse.** Les solutions de l'équation homogène  $y' + y = 0$  sont  $Ce^{-x}$ . En ajoutant la solution particulière précédente, toutes les solutions de (E) sont  $\mathbf{y(x) = e^{-x}(\sin x + C)}$ . Un coefficient multipliant  $\sin x$  ne donne le bon second membre que pour  $C = 1$  ; ce n'est pas la famille générale.