

BTSA 2014 : corrigé de traitement de données, juin

Proposition de corrigé - non officielle. BTSA, toutes options, traitement de données, session 2014, Métropole et Réunion, code 2014-BTS103-NOR-ME-RE. Les quatre exercices sont traités.

[Sujet officiel](#) · [Annales de ce concours ou examen](#)

Exercice 1 - Achat de revues et origine agricole

1. En additionnant les colonnes du tableau conjoint, on obtient $P(X = 0) = 0,20$, $P(X = 1) = 0,30$ et $P(X = 2) = 0,50$. Les sommes des lignes donnent $P(Y = 0) = 0,30$ et $P(Y = 1) = 0,70$.

2. $E(X) = 0 \times 0,20 + 1 \times 0,30 + 2 \times 0,50 = 1,30$. $E(X^2) = 0 + 0,30 + 4 \times 0,50 = 2,30$. Donc $V(X) = 2,30 - 1,30^2 = 0,61$.

Y suit une loi de Bernoulli de paramètre 0,70 : $E(Y) = 0,70$ et $V(Y) = 0,70 \times 0,30 = 0,21$. Les nombres 0, 1 et 2 codent des catégories d'achat ; l'espérance de X n'est pas un nombre de revues achetées.

3. La case $X = 0$, $Y = 0$ vaut **0,15** : c'est la probabilité recherchée.

4. La probabilité conditionnelle est $P(X = 0 \mid Y = 0) = P(X = 0 \text{ et } Y = 0)/P(Y = 0) = 0,15/0,30 = 0,50$.

5. L'indépendance imposerait $P(X = 0 \text{ et } Y = 0) = P(X = 0)P(Y = 0) = 0,20 \times 0,30 = 0,06$. Or la case vaut 0,15 : **X et Y ne sont pas indépendantes**.

Exercice 2 - Apport d'azote et verse du blé

On réalise un test du khi-deux d'indépendance. H_0 affirme l'indépendance entre la catégorie d'apport et l'intensité de verse ; H_1 affirme une association.

Les totaux des lignes sont 50, 100 et 50 parcelles. Les colonnes totalisent 96 parcelles non touchées, 68 peu touchées et 36 très touchées, sur 200. Les effectifs attendus, calculés par produit des totaux marginaux divisé par 200, sont :

Apport	Non touchées	Peu touchées	Très touchées
Faible	24	17	9
Raisonné	48	34	18
Excessif	24	17	9

Ils sont tous supérieurs à 5. La somme $\sum(\text{observé} - \text{attendu})^2/\text{attendu}$ donne $\chi^2 \approx 10,161$. Par exemple, la première case contribue $(30 - 24)^2/24 = 1,5$ et la dernière $(15 - 9)^2/9 = 4$.

Les degrés de liberté sont $(3 - 1)(3 - 1) = 4$. La table donne une valeur critique de **9,49** au seuil de 5 %. Comme $10,161 > 9,49$, on **rejette l'indépendance**.

Dans les données de l'exercice, l'apport d'azote et l'intensité de verse sont donc statistiquement liés au seuil retenu. La proportion de parcelles très touchées passe de $7/50 = 14\%$ pour le faible apport à $15/50 = 30\%$ pour l'excès. Le test établit une association ; à lui seul, il ne démontre pas une causalité ni ne mesure tous les facteurs agricoles.

Exercice 3 - Panneaux solaires

1. Sous l'hypothèse d'un échantillon assimilable à des prélèvements indépendants, avec probabilité constante 0,15 d'être équipé, **X suit $B(n ; 0,15)$** .

2a. Pour $n = 20$, $P(X \leq 2) = \sum_{k=0}^2 C(20,k) \times 0,15^k \times 0,85^{20-k}$. Le calcul donne environ 0,404896, soit **0,405** au millième.

2b. Par complément, $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) \approx$ **0,595**.

3a. Pour $n = 100$, $E(X) = 15$ et l'écart type vaut $\sqrt{(100 \times 0,15 \times 0,85)} = \sqrt{12,75} \approx$ **3,571**.

3b. Les effectifs attendus 15 et 85 autorisent l'approximation par une normale de moyenne 15 et d'écart type $\sqrt{12,75}$. « Au moins 20 » correspond à $X \geq 20$. Avec correction de continuité, la probabilité est approchée par **$P(Y \geq 19,5) = 1 - \Phi((19,5 - 15)/\sqrt{12,75}) \approx 0,104$** .

Exercice 4 - Durée de vie du distributeur

La densité $f(t) = 0,2 \exp(-0,2t)$, pour $t \geq 0$, est celle d'une loi exponentielle de paramètre **0,2 par an**.

1. Sur le graphique, la zone grisée va de 0 à **7 ans**. Son aire représente **$P(0 \leq X \leq 7) = P(X \leq 7)$** , la probabilité que le distributeur cesse de fonctionner au cours des sept premières années. Elle vaut $1 - \exp(-1,4) \approx 0,7534$.

2a. $P(X < 3) = F(3) = 1 - \exp(-0,6) \approx$ **0,4512**.

2b. $P(4 \leq X \leq 6) = F(6) - F(4) = \exp(-0,8) - \exp(-1,2) \approx$ **0,1481**. On soustrait les fonctions de répartition, pas les valeurs de la densité aux deux bornes. Les bornes strictes ou larges donnent ici la même probabilité, car la loi est continue.