

Corrigé capitaine SPP 2023 : sciences de l'ingénieur

Proposition de corrigé — non officielle. Concours externe 2023, QROC, option sciences de l'ingénieur. Les quatre questions du sujet sont traitées.

[Sujet officiel](#) · [Annales de ce concours ou examen](#)

Question 1 — L'effet de serre

Les températures de la loi de Wien doivent être exprimées en kelvins. Pour le Soleil, $T = 5900 + 273,15 = 6173,15 \text{ K}$: $\lambda_{\text{max}} = 2896 / 6173,15 \approx \mathbf{0,469 \mu\text{m}}$. Pour la Terre, $T = 20 + 273,15 = 293,15 \text{ K}$: $\lambda_{\text{max}} \approx \mathbf{9,879 \mu\text{m}}$. Le maximum solaire est dans le visible ; celui du rayonnement terrestre est dans l'infrarouge.

Dans le modèle proposé, le verre transmet les longueurs d'onde de $0,3$ à $2,5 \mu\text{m}$. Une part importante du rayonnement solaire le traverse et chauffe les surfaces. Celles-ci réémettent à des longueurs d'onde plus grandes, auxquelles le verre est absorbant ou réfléchissant : l'évacuation radiative directe est donc réduite. Les échanges se réorganisent jusqu'à un nouvel équilibre thermique.

Ce modèle ne décrit pas à lui seul une serre réelle, où la réduction du renouvellement d'air et de la convection contribue fortement au réchauffement. L'effet de serre atmosphérique relève de l'absorption et de l'émission infrarouges par des gaz, et non d'une paroi de verre autour de la Terre.

Question 2 — Étude de la fonction

1. Domaine et limites

Puisque $e^x + 1 > 0$, $\mathbf{D_f = \mathbb{R}}$. Quand x tend vers $-\infty$, $3/(e^x + 1)$ tend vers 3 et $f(x)$ tend vers $-\infty$. Quand x tend vers $+\infty$, cette fraction tend vers 0 et $f(x)$ tend vers $+\infty$.

2. Dérivée et variations

$$f'(x) = 1 - 3e^x/(e^x + 1)^2 = (e^{2x} - e^x + 1)/(e^x + 1)^2.$$

Posons $u = e^x$. Le numérateur $u^2 - u + 1 = (u - 1/2)^2 + 3/4$ est strictement positif. Le dénominateur aussi : f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de f'	+	+	+
$f(x)$	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$

3. Autre expression

$3/(e^x + 1) = 3 - 3e^x/(e^x + 1)$, donc $f(x) = x + 2 - 3e^x/(e^x + 1)$.

4. Branches infinies et positions relatives

À $-\infty$, $f(x) - (x + 2) = -3e^x/(e^x + 1)$ tend vers 0 par valeurs négatives : **$y = x + 2$ est une asymptote**, et la courbe est en dessous. À $+\infty$, $f(x) - (x - 1) = 3/(e^x + 1)$ tend vers 0 par valeurs positives : **$y = x - 1$ est une asymptote**, et la courbe est au-dessus. Ces deux positions sont vraies pour tout x réel.

Question 3 — Réduction de section d'un tuyau

En régime permanent incompressible, la conservation du débit impose $Q = S_1 V_1 = S_2 V_2$. Si $S_2 < S_1$, $V_2 > V_1$. Pour un fluide parfait, Bernoulli relie pression, vitesse et altitude ; à même hauteur, $P_1 + \rho V_1^2/2 = P_2 + \rho V_2^2/2$. Avec les mêmes sections et pressions aux extrémités, le modèle idéal sans pertes donne le même débit, que la réduction soit progressive ou abrupte.

Pour un fluide visqueux, il faut ajouter les pertes de charge. Une réduction abrupte favorise le décollement de l'écoulement et des tourbillons, avec dissipation d'énergie. Une forme progressive, convenablement conçue, limite ces pertes. **À débit fixé**, elle demande une différence de pression moindre ; **à différence de pression fixée**, elle permet généralement un débit supérieur. Dans les deux cas, le rapport V_2/V_1 reste S_1/S_2 . On ne peut donc pas affirmer qu'une forme augmente la vitesse de sortie sans préciser ce qui est maintenu constant.

Question 4 — Propagation des ondes hertziennes

Les ondes hertziennes sont des ondes électromagnétiques. Dans un milieu homogène, elles se propagent approximativement en ligne droite ; leur puissance reçue diminue avec la distance. Une surface peut les **réfléchir**, un changement de milieu les **réfracter**, un obstacle ou une ouverture les **diffracter**. Des objets irréguliers diffusent l'énergie ; certains matériaux, la végétation ou l'atmosphère en absorbent une partie.

Plusieurs trajets peuvent atteindre le récepteur : leurs interférences renforcent ou affaiblissent localement le signal, jusqu'à créer des zones mal couvertes. La fréquence, le relief, les bâtiments, la position et la polarisation des antennes influencent la liaison. Les basses fréquences et les fréquences plus élevées ne contournent ni ne traversent les obstacles de la même façon ; la réflexion ionosphérique dépend aussi de la bande utilisée. Pour les secours, une couverture théorique doit être confrontée à des essais : relais, placement des antennes et moyens de communication complémentaires réduisent le risque de rupture.

Références

Les valeurs de température, le domaine de transmission du verre et les quatre questions proviennent du sujet officiel. Les équations utilisées sont la loi de Wien donnée dans l'énoncé, la conservation du débit et le bilan d'énergie de Bernoulli.